

Dinamika Kuantum Adiabatik Dipercepat Pada Sistem 2 Spin

Iwan Setiawan^{1,2,a)}, J.S Kosasih¹, B.E Gunara¹ dan Katsuhiko Nakamura^{3,4}

¹Kelompok Keilmuan Fisika Teoritik Energi Tinggi dan Instrumentasi Institut Teknologi Bandung
Jalan Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia

²Program Studi Pendidikan Fisika, Universitas Bengkulu,
Jalan WR. Supratman Kandang Limun Bengkulu 38371, Indonesia

³Department of Applied Physics, Osaka City University, Sumiyoshi-ku, Osaka 558-8585, Japan

⁴Faculty of Physics, National University of Uzbekistan, Vuzgorodok, Tashkent 100174, Uzbekistan

^{a)}isetiawan@unib.ac.id (corresponding author)

Abstrak

Penelitian tentang konsep dinamika kuantum adiabatik yang dipercepat pada sistem 2 spin telah dilakukan. Penelitian ini merupakan aplikasi dari konsep *fast-forward* yang telah diteliti sebelumnya oleh Masuda-Nakamura (e.g., *Proc. R. Soc. A* 466, 1135 (2010)). Konsep mempercepat ini dilakukan dengan menggunakan kombinasi antara dua ide yang berlawanan yaitu faktor pengali waktu $\alpha(t)$ yang menuju tak hingga, serta faktor waktu adiabatik ε yang sangat kecil dan menuju nol dan memenuhi hubungan $\bar{\alpha} \cdot \varepsilon = \text{finite}$ pada limit asimptotik $\bar{\alpha} \rightarrow \infty$, $\varepsilon \rightarrow 0$. Dinamika yang dipercepat ini dihasilkan dengan menghitung Hamiltonian penggerak melalui persamaan Schrodinger. Aplikasi pada sistem 2 spin : Model Ising dan Model XY telah mendapatkan Hamiltonian penggerak yang menjamin dinamika sistem 2 spin tersebut dapat dipercepat.

Kata-kata kunci : Dinamika kuantum adiabatik dipercepat, sistem 2 spin

PENDAHULUAN

Waktu yang lebih singkat dalam memproduksi suatu produk (Elektronik, otomotif, tanaman, dll.) menjadi faktor penting dalam nanoteknologi. Jika kita mencoba membuat sejumlah besar struktur nano seperti itu, kita harus mempersingkat dinamika masing-masing atom atau kondensator Bose-Einstein untuk mendapatkan keadaan target yang diinginkan dalam waktu yang lebih singkat. Dalam merancang komputer kuantum, koherensi sistem terdegradasi oleh interaksi mereka dengan lingkungan, dan oleh karena itu percepatan dinamika kuantum adiabatik sangat diinginkan. Teori untuk mempercepat dinamika kuantum (*fast-forward*) diusulkan oleh Masuda dan Nakamura [1] dengan penggunaan fase tambahan dan potensial penggerak. Teori ini bertujuan untuk mempercepat evolusi kuantum yang diketahui dan untuk mendapatkan keadaan target yang diinginkan pada skala waktu yang lebih pendek, dengan mempercepat dinamika kuantum standar. Teori *fast-forward* dapat dikembangkan untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik [2, 3, 4], dan merupakan salah satu metoda yang menjanjikan untuk mempercepat proses kuantum adiabatik (*shortcut to adiabaticity*) [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]. Hubungan antara *fast-forward* dan *shortcut to adiabaticity* saat ini telah jelas dan dapat dipahami [4] (lihat juga [12, 13]). Proses adiabatik terjadi ketika parameter eksternal Hamiltonian berubah secara perlahan. Teorema adiabatik kuantum [14, 15, 16, 17, 18] menyatakan bahwa, jika sistem yang pada awalnya berada dalam keadaan eigen tertentu, maka tetap akan berada dalam keadaan eigen tersebut selama proses adiabatik berlangsung. Meskipun teori *fast-forward* dalam dinamika kuantum adiabatik telah berkembang dengan baik untuk dinamika orbital, penelitian pada sistem spin kuantum masih berada pada tingkat dasar [19]. Skema dinamika kuantum adiabatik dipercepat akan menjadi penting bila jumlah spin tidak tunggal. Dalam

tulisan ini akan dibahas skema mempercepat dinamika kuantum adiabatik pada sistem 2 spin yaitu model XY dan model Ising.

DINAMIKA KUANTUM DIPERCEPAT PADA SISTEM SPIN

Jika kita tinjau Hamiltonian pada sistem spin dengan parameter waktu $R(t)$ dengan waktu t konstan, kita dapatkan solusi persamaan Schrödinger melalui penyelesaian nilai eigen :

$$H_0(R) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} = E(R) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

dengan $R(t) = R_0 + \varepsilon t$ merupakan parameter adiabatik dan $\varepsilon \ll 1$. Kita asumsikan

$$\Psi_0(R(t)) = \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(R(t')) dt'} e^{i\xi(t)}, \quad (2)$$

adalah solusi dari persamaan Schrödinger bergantung waktu . ξ fase adiabatik [14, 15, 16] yang didefinisikan oleh

$$\begin{aligned} \xi(t) &= i \int_0^t dt' (C_1^* \frac{\partial C_1}{\partial t'} + \dots + C_N^* \frac{\partial C_N}{\partial t'}) \\ &= i\varepsilon \int_0^t dt' (C_1^* \frac{\partial C_1}{\partial R} + \dots + C_N^* \frac{\partial C_N}{\partial R}). \end{aligned} \quad (3)$$

Dalam hal ini, $\Psi_0(R(t))$ in Eq.(2) tidak dapat memenuhi persamaan Schrödinger equation bergantung waktu (PSBW). Agar $\Psi_0(R(t))$ memenuhi PSBW, kita harus meregulasi Hamiltonian menjadi

$$H_0^{reg}(R(t)) = H_0(R(t)) + \varepsilon \tilde{\mathcal{H}}(R(t)). \quad (4)$$

Sehingga PSBW menjadi

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_0(R(t)) = (H_0 + \varepsilon \tilde{\mathcal{H}}) \Psi_0(R(t)). \quad (5)$$

Substitusikan $\Psi_0(R(t))$ pada persamaan (2) pada PSBW di atas, kita dapatkan persamaan (1) dalam orde $O(\varepsilon^0)$

$$H_0 \Psi_0 = E \Psi_0, \quad (6)$$

dan dalam orde of $O(\varepsilon^1)$

$$\tilde{\mathcal{H}} \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \frac{\partial C_1(R)}{\partial R} \\ \vdots \\ \frac{\partial C_N(R)}{\partial R} \end{pmatrix} - i\hbar (\sum_{j=1}^N C_j^* \frac{\partial C_j}{\partial R}) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Selanjutnya $\tilde{\mathcal{H}}$ kita sebut sebagai suku regularisasi [2].

Keadaan dipercepat didefinisikan sebagai

$$\Psi_{FF}(t) = \begin{pmatrix} C_1(R(\Lambda(t))) \\ \vdots \\ C_N(R(\Lambda(t))) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(R(\Lambda(t'))) dt'} e^{i\xi(R(\Lambda(t)))} \quad (8)$$

dengan $\Lambda(t)$ didefinisikan oleh

$$\Lambda(t) = \int_0^t \varepsilon \alpha(t') dt', \quad (9)$$

Parameter $\alpha(t)$ merupakan faktor pengali waktu yaitu $\alpha(0) = 1$, $\alpha(t) > 1$ ($0 < t < T_{FF}$) dan $\alpha(t) = 1$ ($t \geq T_{FF}$). Kita tinjau dinamika dipercepat dengan variabel waktu yang baru yang menghasilkan keadaan target yang diinginkan $\Psi_0(T)$ dalam waktu yang lebih pendek T_{FF} yang didefinisikan sebagai

$$T = \int_0^{T_{FF}} \alpha(t) dt. \quad (10)$$

Ungkapan eksplisit untuk $\alpha(t)$ dalam rentang dipercepat ($0 \leq t \leq T_{FF}$) adalah [2] :

$$\alpha(t) = \bar{\alpha} - (\bar{\alpha} - 1) \cos\left(\frac{2\pi}{T_{FF}} t\right), \quad (11)$$

dengan $\bar{\alpha}$ nilai rerata $\alpha(t)$ dan diberikan oleh $\bar{\alpha} = T/T_{FF}$. Melalui turunan terhadap waktu dari Ψ_{FF} pada persamaan (8), dan menggunakan hubungan

$$\frac{\partial \Psi_0(R(\Lambda(t)))}{\partial t} = \alpha \varepsilon \frac{\partial \Psi_0}{\partial R} \quad (12)$$

bersama dengan persamaan (1) dan (7), kita dapatkan

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{FF}}{\partial t} = (v(t)\tilde{\mathcal{H}}(R(\Lambda(t))) + H_0(R(\Lambda(t))))\Psi_{FF} \equiv H_{FF}\Psi_{FF}. \tag{13}$$

melalui limit asimptotik:

$$v(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0, \alpha \rightarrow \infty} \varepsilon \alpha(t) = \bar{v} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T_{FF}} t \right). \tag{14}$$

Sehingga

$$\Lambda(t) = \int_0^t v(t') dt' = \bar{v} \left(t - \frac{T_{FF}}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi t}{T_{FF}} \right) \right). \tag{15}$$

H_{FF} merupakan Hamiltonian penggerak dan $\tilde{\mathcal{H}}$ suku regulasi yang didapatkan melalui persamaan (7) sebagai penjamin skema dipercepat pada sistem spin.

Sekarang kita menginvestigasi skema spin tunggal dan menunjukkan dinamika adiabatik dipercepat pada model Landau-Zener (LZ) [22, 23]. Kita tinjau medan magnet :

$$B(t) = \begin{pmatrix} \Delta \\ 0 \\ R(t) \end{pmatrix}, \tag{16}$$

dengan Δ konstan. Hamiltonian didefinisikan sebagai

$$H(R(t)) = \frac{1}{2} \sigma \cdot B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} R(t) & \Delta \\ \Delta & -R(t) \end{pmatrix}. \tag{17}$$

Nilai eigen $\lambda_{\pm} = \pm \frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2}}{2}$. Keadaan eigen;

$$\Psi_0^{\pm} = \begin{pmatrix} C_1^{\pm} \\ C_2^{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta/s_{\pm} \\ \frac{R - \sqrt{R^2 + \Delta^2}}{s_{\pm}} \end{pmatrix}, \tag{18}$$

dengan

$$s_{\pm} \equiv [2\sqrt{R^2 + \Delta^2}(\sqrt{R^2 + \Delta^2} \pm R)]^{1/2}. \tag{19}$$

Kita pilih salah satu keadaan λ_+ and Ψ_0^+ , serta $R = R_0 + \varepsilon t$. Keadaan yang berevolusi secara adiabatik dituliskan sebagai :

$$\Psi_0(t) = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta}{s_+} \\ \frac{R - \sqrt{R^2 + \Delta^2}}{s_+} \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2}}{2} dt'} e^{\xi(t)}. \tag{20}$$

dengan $\tilde{\mathcal{H}}_{ij}$ traceless ($\tilde{\mathcal{H}}_{11} = -\tilde{\mathcal{H}}_{22}$) dan Hermitian ($\tilde{\mathcal{H}}_{21}^* = \tilde{\mathcal{H}}_{12}$), Persamaa (7) merupakan persamaan aljabar linier rank = 2 dengan dua variabel yang tidak diketahui ($\tilde{\mathcal{H}}_{11}$ dan $\tilde{\mathcal{H}}_{12}$). Dengan menggunakan

$$\frac{\partial C_1}{\partial R} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\Delta}{Q^{5/2}} (Q - R)^{\frac{1}{2}} \tag{21}$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial R} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{(Q-R)^{\frac{1}{2}}(Q+R)}{Q^{5/2}},$$

Kita dapat menyelesaikan persamaan (7) untuk $\tilde{\mathcal{H}}$:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{H}}_{11} &= 0 \\ \tilde{\mathcal{H}}_{12} &= i \frac{\hbar \Delta}{2 Q^2} \\ \xi(t) &= 0 \end{aligned} \tag{22}$$

dengan

$$Q \equiv \sqrt{R^2 + \Delta^2}. \tag{23}$$

Hamiltonian dipercepat dituliskan sebagai

$$H_{FF} = \begin{pmatrix} \frac{R(\Lambda(t))}{2} & \frac{\Delta}{2} + v(t) i \frac{\hbar \Delta}{2 Q^2} \\ \frac{\Delta}{2} - v(t) i \frac{\hbar \Delta}{2 Q^2} & -\frac{R(\Lambda(t))}{2} \end{pmatrix}. \tag{24}$$

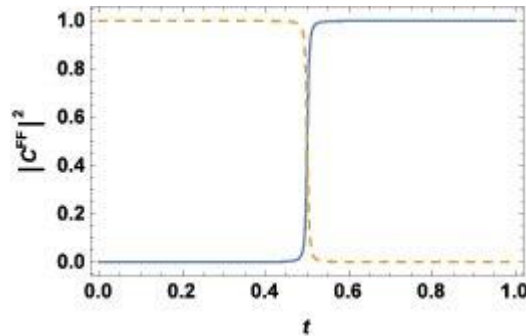
Keadaan yang dipercepat didapatkan melalui persamaan (8)

$$\begin{aligned} \Psi_{FF} &= \begin{pmatrix} C_1^+(\Lambda(t)) \\ C_2^+(\Lambda(t)) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{\sqrt{R(\Lambda(t'))^2 + \Delta^2}}{2} dt'} \\ &= \begin{pmatrix} C_1^{FF} \\ C_2^{FF} \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{\sqrt{R(\Lambda(t'))^2 + \Delta^2}}{2} dt'}. \end{aligned} \quad (25)$$

Medan magnet penggerak dituliskan sebagai

$$B_{FF}(t) = \begin{pmatrix} \Delta \\ -v(t)\hbar \frac{\Delta}{R(\Lambda(t))^2 + \Delta^2} \\ R(\Lambda(t)) \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Dinamika spin yang digerakkan oleh \vec{B}_{FF} ditunjukkan pada Gambar.1 selama proses dipercepat. Dengan parameter $\bar{v} = 100$, $T_F = 1$, $R_0 = -50$ and $\Delta = 1$.



Gambar 1: $|C_1^{FF}|^2$ dan $|C_2^{FF}|^2$ (garis putus-putus)

SISTEM DUA SPIN

Dalam sistem dua spin. Kita asumsikan suku regularisasi (yang dapat dimplementasikan pada eksperimen) ($\tilde{\mathcal{H}}$) pada persamaan (7), $\tilde{J}_1 = \tilde{J}_1(\epsilon t)$, $\tilde{J}_2 = \tilde{J}_2(\epsilon t)$, $\tilde{J}_3 = \tilde{J}_3(\epsilon t)$, $\tilde{W}_1 = \tilde{W}_1(\epsilon t)$, $\tilde{W}_2 = \tilde{W}_2(\epsilon t)$, $\tilde{W}_3 = \tilde{W}_3(\epsilon t)$, dan medan magnet $\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}(\epsilon t)$. Kandidat Hamiltonian yang diregularisasi $\tilde{\mathcal{H}}$ menjadi :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{H}} &= \tilde{J}_1 \sigma_1^x \sigma_2^x + \tilde{J}_2 \sigma_1^y \sigma_2^y + \tilde{J}_3 \sigma_1^z \sigma_2^z + \tilde{W}_1 (\sigma_1^x \sigma_2^y + \sigma_1^y \sigma_2^x) + \tilde{W}_2 (\sigma_1^y \sigma_2^z + \sigma_1^z \sigma_2^y) + \tilde{W}_3 (\sigma_1^z \sigma_2^x + \sigma_1^x \sigma_2^z) \\ &\quad + \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \cdot \tilde{\mathbf{B}}, \end{aligned} \quad (27)$$

dengan $\sigma_1^{x,y,z}$ dan $\sigma_2^{x,y,z}$ merupakan matriks Pauli untuk dua spin. Melalui basis: $\uparrow\uparrow$, $\uparrow\downarrow$, $\downarrow\uparrow$, dan $\downarrow\downarrow$, didapatkan

$$\tilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} \tilde{J}_3 + \tilde{B}_z & \tilde{Z} - i\tilde{W}_2 + \tilde{W}_3 & \tilde{Z} - i\tilde{W}_2 + \tilde{W}_3 & \tilde{J}_1 - \tilde{J}_2 - i2\tilde{W}_1 \\ \tilde{Z}^* + i\tilde{W}_2 + \tilde{W}_3 & -\tilde{J}_3 & \tilde{J}_1 + \tilde{J}_2 & \tilde{Z} + i\tilde{W}_2 - \tilde{W}_3 \\ \tilde{Z}^* + i\tilde{W}_2 + \tilde{W}_3 & \tilde{J}_1 + \tilde{J}_2 & -\tilde{J}_3 & \tilde{Z} + i\tilde{W}_2 - \tilde{W}_3 \\ \tilde{J}_1 - \tilde{J}_2 + i2\tilde{W}_1 & \tilde{Z}^* - i\tilde{W}_2 - \tilde{W}_3 & \tilde{Z}^* - i\tilde{W}_2 - \tilde{W}_3 & \tilde{J}_3 - \tilde{B}_z \end{pmatrix}, \quad (28)$$

dengan $\tilde{Z} = \frac{1}{2}(\tilde{B}_x - i\tilde{B}_y)$. Pada sistem 2 spin ini , Kita menginvestigasi dua model;

Model XY

Model ini diusulkan oleh Takahashi [20]. Hamiltonian dituliskan sebagai

$$H_0 = J_1 \sigma_1^x \sigma_2^x + J_2 \sigma_1^y \sigma_2^y + \frac{1}{2} (\sigma_1^z + \sigma_2^z) B_z \quad (29)$$

$$\begin{pmatrix} B_z & 0 & 0 & J_1 - J_2 \\ 0 & 0 & J_1 + J_2 & 0 \\ 0 & J_1 + J_2 & 0 & 0 \\ J_1 - J_2 & 0 & 0 & -B_z \end{pmatrix} \quad (30)$$

dan nilai eigen : $-J_1 - J_2, J_1 + J_2, -\sqrt{B_z^2 + J_1^2 + J_2^2 - 2J_1J_2}, \sqrt{B_z^2 + J_1^2 + J_2^2 - 2J_1J_2}$, serta vektor eigen ternormalisasi :

$$\left(0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right), \quad \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right), \quad \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{B_z^2 + J_1^2 + J_2^2 - 2J_1J_2 - B_z}}{J_1 - J_2} \left(\frac{J_1^2 - 2J_1J_2 + J_2^2}{2B_z^2 + 2J_1^2 + 2J_2^2 - 4J_1J_2 - 2B_z\sqrt{B_z^2 + J_1^2 - 2J_1J_2 + J_2^2}} \right) \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{J_1^2 - 2J_1J_2 + J_2^2}}{2B_z^2 + 2J_1^2 + 2J_2^2 - 4J_1J_2 - 2B_z\sqrt{B_z^2 + J_1^2 - 2J_1J_2 + J_2^2}} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{B_z^2 + J_1^2 + J_2^2 - 2J_1J_2 + B_z}}{J_1 - J_2} \left(\frac{J_1^2 - 2J_1J_2 + J_2^2}{2B_z^2 + 2J_1^2 + 2J_2^2 - 4J_1J_2 + 2B_z\sqrt{B_z^2 + J_1^2 - 2J_1J_2 + J_2^2}} \right) \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{J_1^2 - 2J_1J_2 + J_2^2}}{2B_z^2 + 2J_1^2 + 2J_2^2 - 4J_1J_2 + 2B_z\sqrt{B_z^2 + J_1^2 - 2J_1J_2 + J_2^2}} \end{pmatrix}$$

Persamaan (7) dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial R} &= \tilde{\mathcal{H}}_{11} C_1 + \tilde{\mathcal{H}}_{14} C_4 & (31) \\ i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial R} &= \tilde{\mathcal{H}}_{21} C_1 + \tilde{\mathcal{H}}_{24} C_4 = 0 \\ i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial R} &= \tilde{\mathcal{H}}_{31} C_1 + \tilde{\mathcal{H}}_{34} C_4 = 0 \\ i\hbar \frac{\partial C_4}{\partial R} &= \tilde{\mathcal{H}}_{41} C_1 + \tilde{\mathcal{H}}_{44} C_4 \end{aligned}$$

dengan, $C_2 = C_3 = 0$ dan C_1, C_4 merupakan suku real. Melalui persamaan 28, kita dapatkan suku regularisasi:

$$\tilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i\tilde{W}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i\tilde{W}_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (32)$$

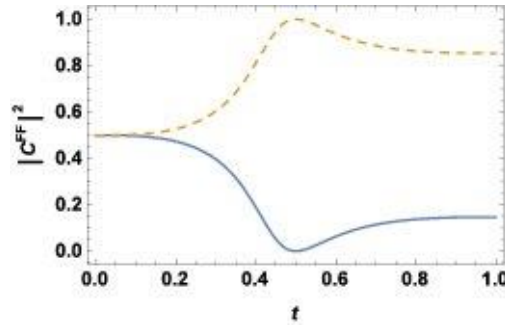
Matriks ini berkesesuaian dengan $\tilde{H} = \tilde{W}_1(\sigma_1^x \sigma_2^y + \sigma_1^y \sigma_2^x)$, dengan $\tilde{W}_2 = \tilde{W}_3 = \tilde{J}_1 = \tilde{J}_2 = \tilde{J}_3 = \tilde{B}_x = \tilde{B}_y = \tilde{B}_z = 0$, dengan

$$\tilde{W}_1 = \frac{B_z(J_1 - J_2) + B_z(J_2 - J_1)}{2(B_z^2 + (J_1 - J_2)^2)} \quad (33)$$

dan Hamiltonian dipercepat

$$H_{FF} = J_1 \sigma_1^x \sigma_2^x + J_2 \sigma_1^y \sigma_2^y + \frac{1}{2}(\sigma_1^z + \sigma_2^z) B_z + v(t) \tilde{W}_1 \quad (34)$$

Dengan parameter : $J_1 = J_0 - R(\Lambda(t)), J_2 = R(\Lambda(t)), R = 2v \left(\frac{t}{2} - \frac{T \sin(\frac{2\pi t}{T})}{4\pi} \right), B_z = B_0 - R(\Lambda(t))$, and $\tilde{v} = 1.25, T = 1, J_0 = 1.25$ and $B_0 = 0$. Serta melalui penyelesaian PSBW, didapatkan



Gambar 2: $|C_1^{FF}|^2$ dan $|C_4^{FF}|^2$ (garis putus-putus)

MODEL ISING

Model ini diajukan oleh Molmer, dkk [21]. Hamiltonian pada model ini dituliskan sebagai

$$H_0 = J\sigma_1^z \sigma_2^z + \frac{1}{2}(\sigma_1^x \sigma_2^x)B_x \tag{35}$$

$$\begin{pmatrix} J & \frac{B_x}{2} & \frac{B_x}{2} & 0 \\ \frac{B_x}{2} & -J & 0 & \frac{B_x}{2} \\ \frac{B_x}{2} & 0 & -J & \frac{B_x}{2} \\ 0 & \frac{B_x}{2} & \frac{B_x}{2} & J \end{pmatrix} \tag{36}$$

dengan nilai eigen : $(-J, J, -\sqrt{J^2 + B_x^2}, \sqrt{J^2 + B_x^2})$, serta vektor eigen ternormalisasi

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{B_x}{2\sqrt{B_x^2+J^2+J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ -\frac{\sqrt{B_x^2+J^2+J}}{2\sqrt{B_x^2+J^2+J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ -\frac{\sqrt{B_x^2+J^2+J}}{2\sqrt{B_x^2+J^2+J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ \frac{B_x}{2\sqrt{B_x^2+J^2+J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{B_x}{2\sqrt{B_x^2+J^2-J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ -\frac{\sqrt{B_x^2+J^2-J}}{2\sqrt{B_x^2+J^2-J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ -\frac{\sqrt{B_x^2+J^2-J}}{2\sqrt{B_x^2+J^2-J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \\ \frac{B_x}{2\sqrt{B_x^2+J^2-J\sqrt{B_x^2+J^2}}} \end{pmatrix}$$

Persamaan (7) dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial C_4}{\partial R} &= (\tilde{\mathcal{H}}_{11} + \tilde{\mathcal{H}}_{14})C_4 + (\tilde{\mathcal{H}}_{12} + \tilde{\mathcal{H}}_{13})C_2 \\ i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial R} &= (\tilde{\mathcal{H}}_{21} + \tilde{\mathcal{H}}_{24})C_4 + (\tilde{\mathcal{H}}_{22} + \tilde{\mathcal{H}}_{23})C_2 \\ i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial R} &= (\tilde{\mathcal{H}}_{31} + \tilde{\mathcal{H}}_{34})C_4 + ((\tilde{\mathcal{H}}_{32} + \tilde{\mathcal{H}}_{33})C_2 \\ i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial R} &= (\tilde{\mathcal{H}}_{41} + \tilde{\mathcal{H}}_{44})C_4 + (\tilde{\mathcal{H}}_{42} + \tilde{\mathcal{H}}_{43})C_2 \end{aligned} \tag{37}$$

dengan $C_1=C_4$, $C_2 = C_3$, dan C_1, C_2, C_3, C_4 merupakan suku real. Melalui persamaan (28), didapatkan suku regularisasi;

$$\tilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} 0 & -i\tilde{W}_2 & -i\tilde{W}_2 & 0 \\ i\tilde{W}_2 & 0 & 0 & i\tilde{W}_2 \\ i\tilde{W}_2 & 0 & 0 & i\tilde{W}_2 \\ 0 & -i\tilde{W}_2 & -i\tilde{W}_2 & 0 \end{pmatrix} \tag{38}$$

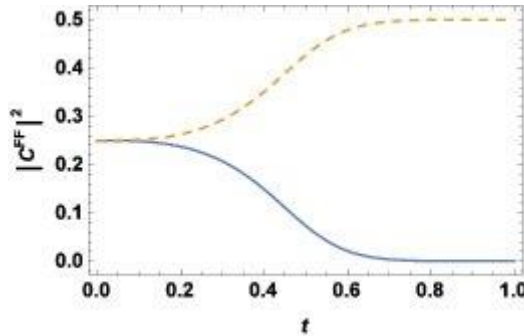
Matriks ini berkesesuaian dengan $\tilde{\mathcal{H}} = \tilde{W}_2(\sigma_1^y \sigma_2^z + \sigma_1^z \sigma_2^y)$, dengan $\tilde{J}_1 = \tilde{J}_2 = \tilde{J}_3 = \tilde{W}_1 = \tilde{W}_3 = \tilde{B}_x = \tilde{B}_y = \tilde{B}_z = 0$, dengan

$$\tilde{W}_2 = \frac{J\dot{B}_x - B_x \dot{J}}{4(B_x^2 + J^2)} \tag{39}$$

dan Hamiltonian dipercepat

$$H_{FF} = J\sigma_1^z \sigma_2^z + \frac{1}{2}(\sigma_1^x \sigma_2^x)B_x + v(t)\tilde{W}_2 \tag{40}$$

Dengan parameter $J = \Lambda(t)$, $B_x = R(\Lambda(t))$, $\bar{v} = 1.38$, $T = 1$, $R_0 = -1.38$ $R = 2v \left(\frac{t}{2} - \frac{T \sin(\frac{2\pi t}{T})}{4\pi} \right)$, didapatkan



Gambar 3: $|C_4^{FF}|^2$ dan $|C_2^{FF}|^2$ (garis putus-putus)

KESIMPULAN

Skema dinamika kuantum adiabatik yang diajukan oleh Masuda-Nakamura yang diterapkan pada sistem spin telah diperoleh. Kombinasi gagasan berlawanan dari faktor pengali waktu yang menuju tak hingga dan parameter adiabatik yang sangat kecil dan menuju nol telah menghasilkan suku regularisasi serta Hamiltonian penggerak yang menjamin dinamika adiabatik dipercepat pada sistem spin sehingga kita dapat memperoleh keadaan adiabatik dalam waktu singkat. Penyelidikan pada sistem dua spin: model XY dan model Ising juga telah menghasilkan suku regularisasi dan Hamiltonian penggerak yang menjamin dinamika dipercepat pada sistem tersebut.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih pada Kemenristekdikti yang telah memberikan dana Hibah disertasi doktor tahun 2016.

REFERENSI

1. Masuda S and Nakamura K, Fast-forward problem in quantum mechanics Phys. Rev. **A 78**, 062108 (2008)
2. Masuda S and Nakamura K, Fast-forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics Proc. R. Soc. **A 466**, 1135-1154 (2010)
3. Masuda S and Nakamura K, Fast-forward of quantum dynamics in electromagnetic field Phys. Rev. **A 84**, 043434 (2011)
4. Nakamura K, Khujakulov A, Avazbaev S, and Masuda S, Phys. Rev. **A 95**, 062108 (2017)
5. Demirplak M, and Rice S.A, 2003 J. Phys. Chem. **A 89**, 9937.
6. Demirplak M and Rice S. A, 2005 J. Phys. Chem. **B 109**, 6838
7. Berry M. V., 2009 J. Phys **A 42**, 365303.
8. Lewis H. R and Riesenfeld W. B, 1969 J. Math. Phys **A 10**, 1458.
9. Chen X, Ruschhaupt A, del Campo A, GuLery-Odelin A, and Muga J. G, 2010 Phys. Rev. Lett **104**, 063002.

10. Torrontegui E, Ibanez M, Martinez-Garaot M, Modugno M, del Campo A, Guery-Odelin D, Ruschhaupt A, Chen X, and Muga J. G, 2013 *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **62**, 117
11. Masuda S, Nakamura K, and del Campo A, 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113**, 063003.
12. Torrontegui E, Martinez-Garaot M, Ruschhaupt A, and Muga J. G, 2012 *Phys. Rev. A* **86**, 013601 .
13. Takahashi K, 2014 *Phys. Rev. A* **89**, 042113.
14. Kato T, 1950 *J. Phys. Soc. Jpn* **5**, 435.
15. Messiah A, (1962) *Quantum Mechanics 2*. North-Holland, Amsterdam.
16. Berry, M. V, (1984) *Proc. R. Soc. London* **392**, 45.
17. Aharonov Y, and Anandan J, 1987 *Phys. Rev. Lett* **58**, 1593.
18. Berry M. V, (1990) *Proc. R. Soc. London Ser. A* **430**, 405.
19. Masuda S, Nakamura K, 2010 *Arxiv* : 1004.4108
20. Takahashi K. Fast-forward scaling in a finite-dimensional Hilbert space *Phys. Rev. A*. 2014. **89**. 042113
21. Opatrny T., Mølmer K., Partial suppression of nonadiabatic transitions. *New Journal of Physics*. 2014. **16**. 015025
22. Landau L.D, 1932 *Phys. Sov. Union* **2**, 46.
23. Zener C, 1932 *Proc. R. Soc. A* **137**, 696.