

Simulasi Sebaran Panas Dalam Pembuatan Kue Bolu

Emma Amalia Sholihah^{1,a)}, Mulyanto^{2,b)}, dan Mirda Prisma Wijayanto^{2,c)}

¹Madrasah Aliyah Putri PUI Talaga, Kabupaten Majalengka,
Jl. Jend. Ahmad Yani 41 Talaga Majalengka, Indonesia, 45463

²Departemen Fisika, Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

^{a)} emmaamalia28@gmail.com (corresponding author)

^{b)} mulyanto37@gmail.com

^{c)} mirda.prisma.wijayanto@students.itb.ac.id

Abstrak

Proses pembuatan kue merupakan salah satu proses fisika yang melibatkan konsep aliran panas. Secara matematis, konsep aliran panas dapat dimodelkan dengan menggunakan persamaan diferensial yang disebut sebagai persamaan difusi. Tujuan utama dalam penelitian ini adalah untuk menentukan waktu pemanggangan optimum dengan meninjau hubungan temperature pemanggangan sebagai fungsi waktu, suhu awal adonan kue, dan struktur geometri untuk kasus kue berbentuk balok dan silinder. Persamaan difusi dipandang sebagai masalah syarat batas awal yang dapat diselesaikan dengan menggunakan metode separasi variabel. Dari hasil yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa bentuk kue silinder lebih cepat matang dibandingkan dengan kue berbentuk balok dikarenakan mempunyai sebaran panas lebih merata. Selain itu konstanta difusi mempunyai pengaruh besar dalam proses pemanggangan kedua bentuk kue tersebut.

Kata-kata kunci: Aliran Panas; Persamaan Difusi; Separasi Variabel.

PENDAHULUAN

Bolu panggang merupakan komoditas kuliner yang banyak diminati oleh masyarakat Indonesia maupun berbagai belahan dunia. Selain rasanya yang enak, kue bolu juga mempunyai tekstur lembut dan dapat ditemukan dengan mudah. Selain menjadi makanan cemilan bolu panggang juga banyak digunakan pada acara-acara resmi seperti acara pernikahan, ulang tahun dan sebagainya. Ilmu Fisika merupakan salah satu cabang ilmu yang dapat menjelaskan berbagai fenomena yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu contohnya adalah dalam seni kuliner Bolu panggang, konsep fisika dapat menjelaskan dan menyelesaikan berbagai permasalahan dalam pembuatan Bolu panggang tersebut. Kue bolu atau cake umumnya dimatangkan dengan cara dipanggang di dalam oven. Pengaturan temperatur atau suhu oven dan waktu memanggang kue sangat penting untuk menghasilkan bentuk, tekstur ataupun rasa cake yang sempurna. Bolu panggang juga mempunyai bentuk yang beragam diantaranya berbentuk kotak dan bulat. Pengaruh bentuk kue terhadap aliran panas saat pemanggangan pun dapat menjadi bahasan yang menarik dalam Fisika.

Dalam keberjalanannya, meskipun bahan dan caranya sudah sesuai resep, masih saja bolu yang dibuat itu mengalami kegagalan. Beberapa masalah umum yang sering terjadi ketika membuat bolu diantaranya bolu yang dihasilkan bantat atau tidak mengembang, gosong, dan lembek dibagian tengahnya. Bila ditinjau dari sudut Fisika kegagalan tersebut bisa disebabkan temperatur, kekentalan adonan, bentuk loyang dan sebagainya. Berbagai model fisika dan metode digunakan untuk menjelaskan proses pemanggangan dalam pembuatan kue bolu misalnya dengan menggunakan *finite difference* seperti pada penelitian [1]. Kebanyakan model yang banyak digunakan yaitu dengan menggunakan persamaan difusi seperti pada penelitian [2]. Dalam penelitian tersebut, dengan menggunakan persamaan difusi untuk bentuk kue silinder, bertujuan untuk mengetahui

pengaruh dari dimensi kue atau jumlah adonan kue terhadap waktu optimum pemanggangan kue. Dalam penelitian ini juga diasumsikan difusifitas panas dari kue konstan selama proses pemanggangan. Dilain pihak penelitian [3] menunjukkan bahwa perubahan konstanta difusi berbanding lurus dengan perubahan temperatur kue. Penelitian lain memperluas bahasan dengan meninjau difusifitas panas (konstanta difusi) yang tidak konstan namun bergantung kepada jari-jari, ketinggian adonan dan massa jenis adonan [4]. Kedua penelitian tersebut mengutamakan meninjau untuk bentuk kue silinder.

Terinspirasi penelitian diatas, pada makalah ini kami bertujuan untuk mengkomparasi model fisika dalam pembuatan kue bolu untuk dua bentuk kue yaitu balok dan silinder. Dengan menentukan solusi dari persamaan difusi kami bertujuan menentukan fungsi temperatur bergantung waktu untuk kedua jenis kue tersebut menggunakan metode separasi variabel sehingga dapat ditentukan bagaimana waktu optimum dan sebaran panas dalam pembuatan kedua kue bolu tersebut. Kami juga memvariasikan nilai difusivitas panas sehingga dapat menentukan hubungan difusivitas panas terhadap temperatur dan waktu optimum pemanggangan.

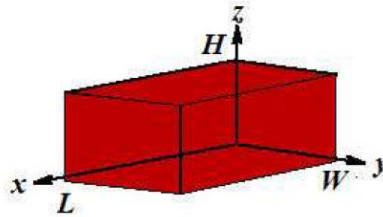
KONSEP FISIKA DALAM PEMBUATAN KUE BOLU

Bentuk Balok

Pertama, tinjau persamaan panas dalam 3-dimensi dengan konstanta difusi diasumsikan konstan seperti pada persamaan (1) berikut ini

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\nabla^2 T . \quad (1)$$

T adalah fungsi temperatur kue yang bergantung kepada waktu pemanggangan dan dimensi dari loyang, D adalah konstanta difusi (difusifitas panas) yang dalam kasus ini diasumsikan konstan seperti pada [1]. Selanjutnya tinjau kasus untuk kue dengan bentuk balok kotak seperti pada gambar 1.



Gambar 1. Bentuk kue balok dengan syarat batas dalam koordinat cartesian

Persamaan (1) dapat dinyatakan kembali dalam bentuk

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) T(x, y, z, t), \quad (2)$$

dengan kondisi awal dan syarat batas sebagai berikut:

$$T(x, y, z, 0) = T_i, \quad (3)$$

$$T(0, y, z, t) = T(L, y, z, t) = T_b$$

$$T(x, 0, z, t) = T(x, W, z, t) = T_b . \quad (4)$$

$$T(x, y, 0, t) = T(x, y, H, t) = T_b$$

T_i adalah temperatur awal adonan, T_b adalah temperatur batas dari oven. Solusi umum persamaan (2) dapat diperoleh dengan menggunakan metode separasi variabel [3]. Untuk mempermudah dalam menentukan solusi menggunakan separasi variabel kami definisikan

$$u(x, y, z, t) = T(x, y, z, t) - T_b, \quad (5)$$

Dengan demikian persamaan (2) menjadi

$$\frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) u(x, y, z, t), \quad (6)$$

kondisi awal pada (3) dapat ditulis kembali dalam bentuk

$$u(x, y, z, 0) = T_i - T_b, \quad (7)$$

Dengan syarat batas pada (4) menjadi

$$\begin{aligned} u(0, y, z, t) &= u(L, y, z, t) = 0 \\ u(x, 0, z, t) &= u(x, W, z, t) = 0 \\ u(x, y, 0, t) &= u(x, y, H, t) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Selanjutnya misalkan bahwa solusi persamaan difusi tersebut terseparasi sehingga dapat dinyatakan dalam bentuk

$$u(x, y, z, t) = X(x)Y(y)Z(z)\tau(t). \quad (9)$$

Substitusi persamaan (8) ke ruas kanan dan kiri persamaan (6) dan bagi kedua ruas dengan $DXYZ\tau$ memberikan persamaan

$$\frac{1}{D} \frac{\tau'}{\tau} = \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z}. \quad (10)$$

Dimana selanjutnya persamaan (10) di set sedemikian rupa sehingga

$$\begin{aligned} \tau' + D\lambda^2\tau &= 0 \\ X'' + \mu^2X &= 0 \\ Y'' + \nu^2Y &= 0 \\ Z'' + \kappa^2Z &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Dengan $\lambda^2 = \mu^2 + \nu^2 + \kappa^2$ merupakan suatu konstanta. Solusi umum persamaan (10) dengan meninjau terlebih dahulu bentuk persamaan (11) diperoleh sedemikian rupa, yaitu

$$u_{mnl}(x, y, z, t) = \sin(\mu_m x) \sin(\nu_n y) \sin(\kappa_l z) e^{-\lambda_{mnl}^2 Dt}. \quad (12)$$

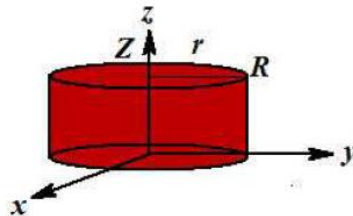
Bila kita nyatakan kembali dalam bentuk fungsi temperatur maka diperoleh fungsi temperatur dari kue berbentuk balok terhadap bentuk loyang maupun waktu

$$T(x, y, z, t) = T_b - \frac{64(T_i - T_b)}{\pi^3} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sin(\mu_m x) \sin(\nu_n y) \sin(\kappa_l z) e^{-\lambda_{mnl}^2 Dt}}{(2m-1)(2n-1)(2l-1)}. \quad (13)$$

Kue Berbentuk Silinder

Untuk menentukan fungsi temperatur dari persamaan (1) kue berbentuk silinder, cara yang sama digunakan namun yang membedakan yaitu pemilihan koordinatnya. Dalam kasus ini digunakan koordinat silinder sehingga (6) untuk kasus balok dapat kita ubah dalam bentuk

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]. \quad (14)$$



Gambar 2. Bentuk kue Silinder dengan syarat batas dalam koordinat silinder

Dimana kondisi awal dan syarat batas yang digunakan yaitu

$$T(r, z, 0) = T_i, \quad (15)$$

$$T(0, z, t) = T(R, z, t) = T_b \quad (16)$$

$$T(r, 0, t) = T(r, Z, t) = T_b$$

Dengan menggunakan metode separasi variabel seperti pada kasus kue berbentuk balok diperoleh solusi umum

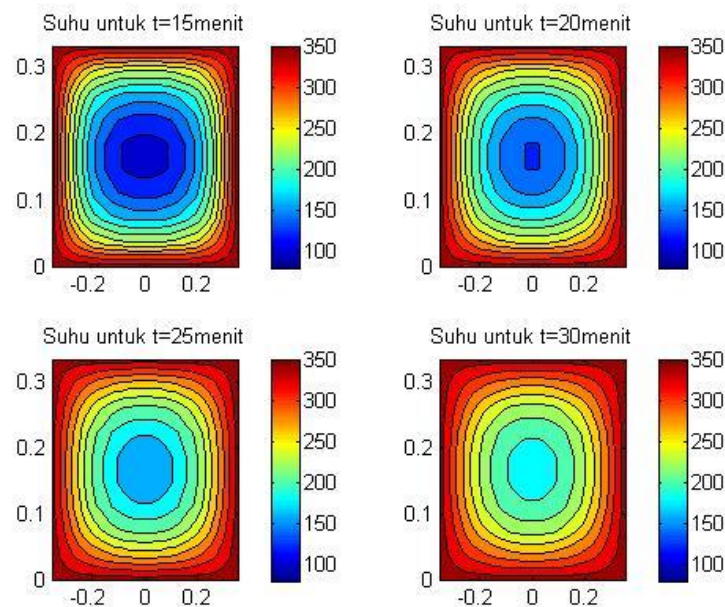
$$T(r, z, t) = T_b + \frac{8(T_i - T_b)}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{(2n-1)\pi z}{Z}\right) J_0\left(\frac{r}{R} j_{0m}\right) e^{-\lambda_{mn}^2 Dt}}{j_{0m} J_1(j_{0m})} \quad (17)$$

dengan J_0 dan J_1 adalah komponen fungsi Bessel bentuk pertama dan λ_{mn} memenuhi persamaan

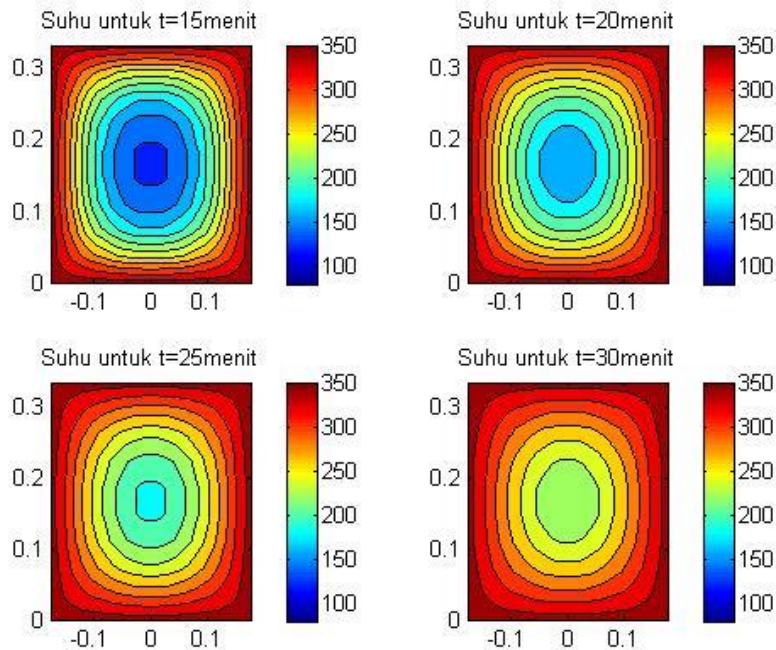
$$\lambda_{mn} = \left(\frac{(2n-1)\pi z}{Z}\right)^2 + \left(\frac{j_{0m}}{R}\right)^2 \quad (18)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam dunia kuliner khususnya pembuatan kue bolu, bagian yang menentukan tingkat kematangan kue yaitu bagian permukaan atas tengah dari kue. Bagian ini merupakan bagian yang sering dicek secara manual oleh berbagai juru masak untuk menentukan apakah kue tersebut sudah matang atau belum. Biasanya temperatur bagian tersebut mencapai suhu sekitar 203 F [4]. Dari persamaan (13) dan (17), yang merupakan fungsi umum dari temperatur kue selama proses pemanasan dalam oven untuk masing-masing bentuk kue, dapat kita dapatkan distribusi panas tiap waktu. Dalam hal ini kami gunakan program MATLAB untuk memperoleh kontur dari bagian atas kue (tampak atas) untuk kue berbentuk balok (gambar 3) dan kue berbentuk silinder (gambar 4).



Gambar 3. Kontur temperatur kue berbentuk **balok** untuk waktu pemangangan 15, 20, 25, dan 30 menit



Gambar 4. Kontur temperatur kue berbentuk **Silinder** untuk waktu pemanggangan 15, 20, 25, dan 30 menit

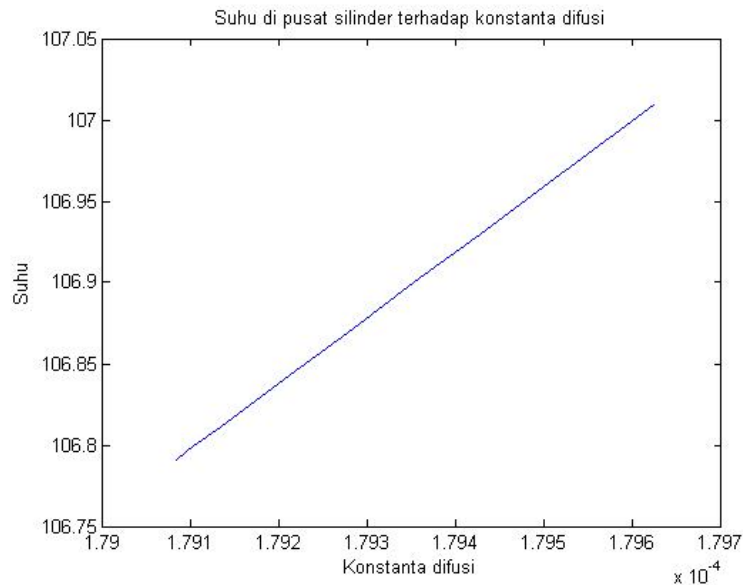
Gambar 3 dan gambar 4 diatas diperoleh dengan mensubstitusi data nilai awal $T_i = 80F$, $T_b = 350F$ dan variasi nilai konstanta difusi D yang data-datanya diambil seperti pada [2]. Sedangkan untuk data syarat batas disesuaikan dengan loyang yang terdapat di lingkungan MA Putri PUI Talaga, Majalengka, dengan rincian seperti pada tabel 1.

Tabel 1. Data nilai awal dan syarat batas

Bentuk kue	Panjang (L) (cm)	Lebar (W) (cm)	Tinggi (H) (cm)
Balok	22	22	7
Silinder	Diameter (cm)		Tinggi (cm)
	22		7

Dari gambar 3 dan gambar 4, untuk nilai $D=17,91 \cdot 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{menit}$ atau sekitar $0,1613788 \text{ cm}^2/\text{menit}$, kue bentuk balok membutuhkan waktu lebih lama untuk mencapai temperatur 203 F dibandingkan dengan kue berbentuk silinder. Padahal dalam praktiknya seperti di mata pelajaran Tataboga di MA putri PUI Talaga lama pemanasan kue baik kotak maupun silinder selalu dianggap sama. Terlihat untuk waktu pemanggangan 25 menit kue silinder sudah dapat dikatakan matang dikarenakan suhu bagian atasnya sudah mencapai 203 F sedangkan untuk kue bentuk balok bagian tengahnya belum matang sempurna. Perubahan sebaran panas juga dapat kita lihat dari waktu ke waktu. Bila kita lihat perubahan kontur pada gambar 4 untuk perubahan setiap 5 menit, kue bentuk silinder cenderung mempunyai sebaran panas yang lebih merata dibandingkan kue berbentuk balok seperti pada gambar 3.

Selain itu juga ditinjau pengaruh perubahan nilai konstanta difusi D terhadap temperatur permukaan atas kue untuk waktu yang sama. Untuk bagian ini kami batasi untuk data bentuk kue silinder saja. Terlihat seperti pada gambar 5, semakin besar konstanta difusi semakin besar temperatur pada permukaan atas kue (untuk waktu yang sama). Dengan kata lain konstanta difusi besar membuat kue akan lebih cepat matang dibandingkan dengan kue yang memiliki konstanta difusi lebih kecil. Dalam penelitian ini diasumsikan nilai konstanta tersebut tetap terhadap dimensi loyang, waktu maupun rapat massa adonan. Idealnya nilai D bergantung pada parameter-parameter tersebut, namun sebagai penyederhanaan banyak yang meninjau kasus dimana konstanta difusi diasumsikan konstan.



Gambar 5. Hubungan nilai D terhadap temperatur permukaan kue untuk $t=30$ menit.

Pembahasan terkait konstanta difusi ini memang masih menjadi bahasan menarik. Dalam penelitian ini dibatasi dengan mengubah nilai konstanta D seperti pada gambar 5 dan melihat pengaruhnya terhadap temperatur bagian atas kue. Dalam penelitian lain seperti pada [4] dimodelkan konstanta difusi dengan bentuk fungsi step, linear, dan tan hiperbolik. Hal ini dilakukan bila kita meninjau adanya pengaruh dari kekentalan adonan, jenis adonan, ataupun sumber-sumber panas lain seperti radiasi, konveksi, dan konduksi sehingga persamaan diferensial yang harus diselesaikan yaitu persamaan diferensial parsial nonlinear.

KESIMPULAN

Bentuk kue berpengaruh terhadap lama waktu pemanggangan maupun sebaran panas dari kue itu sendiri. Bentuk kue silinder cenderung lebih cepat matang dibandingkan dengan kue berbentuk balok dikarenakan sebaran panas lebih merata dibandingkan kue berbentuk balok. Adonan berubah secara terus-menerus ketika pemanasan dan begitu juga dengan laju difusi. Nilai D mempengaruhi terhadap cepat lambatnya kue tersebut matang dan nilainya seharusnya bergantung pada kondisi adonan seperti rapat massa, kekentalan, maupun dimensi adonan. Panas tidak selalu mengalir dalam satu arah, Banyak faktor yang dapat dipertimbangkan seperti efek konduksi, konveksi, dan radiasi. Sistem persamaan diferensial parsial diperlukan untuk menggabungkan faktor-faktor tersebut.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Ketua Penyelenggara MA Putri PUI Talaga, H. M. Damhuri dan berbagai pihak lainnya yang telah mendukung secara penuh dalam kegiatan penelitian ini.

REFERENSI

1. Zaroni, Pierucci and Peri, *Study of the Bread Baking Process - II Mathematical Modeling*. J. Food Eng. 23 (1994)
2. Olszewski, *From Baking a Cake to Solving the Diffusion Equation*. American Journal of Physics, June (2006)
3. Oon-Doo Baik and Michele Marcotte, *Modeling the moisture diffusivity in a baking cake*, Journal of Food Engineering 56 (2002) 27–36
4. Rebecca L. Wilkinson, *Numerical Explorations of Cake Baking Using the Nonlinear Heat Equation*, Department of Mathematics and Statistics University of North Carolina Wilmington (2008)