Aplikasi *Random Matrix Theory* dalam Analisis Portofolio dan Kaitannya dengan Korelasi antar Saham

Alifian Mahardhika[1,a)], Acep Purqon[1,b)]

[1]Laboratorium Fisika Bumi,
Kelompok Keilmuan Fisika Bumi dan Sistem Kompleks,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

[a)] fiansmamda@gmail.com
[b)] acep@fi.itb.ac.id

Abstrak

Random Matrix Theory memiliki banyak fungsi, salah satunya dalam pemodelan reaktor nuklir terutama dalam memahami interaksi antar partikel yang terlibat. Metode Random Matrix Theory memiliki kelebihan dalam pengolahan data besar (Big Data), salah satunya adalah kemudahan dalam pengolahan data dan keberhasilan metode Random Matrix Theory dalam menjelaskan Big Data. Pada penelitian kali ini akan dilakukan identifikasi terhadap dua pasar saham yaitu NASDAQ (National Association of Securities Dealers Automated Quotations) dan NYSE (New York Stock Exchange) dengan menggunakan metode Random Matrix Theory, dengan melihat bagaimana korelasi antar saham, probabilitas nilai eigen dan vektor eigen saham-saham pada pasar tersebut. Random Matrix Theory pada awalnya ditemukan untuk memahami bagaimana sifat atau kelakuan partikel-partikel dalam reaksi nuklir, kemudian aplikasi penggunaan Random Matrix Theory berkembang sampai pada bidang keuangan, khususnya pada pemodelan portofolio. Dalam penelitian ini akan dibahas teori dari Random Matrix, cara membentuk matriks, hingga pada pengolahan matriks, setelah matriks terbentuk maka akan dilakukan analisis bagaimana kelakuan dua pasar saham (NASDAQ dan NYSE) tersebut. Kemudian didapatkan bahwa saham-saham pada pasar NASDAQ lebih berkorelasi satu dengan yang lain dibandingkan pada saham-saham pada pasar NYSE.

Kata-kata kunci: korelasi, nilai eigen, matriks, vektor eigen

PENDAHULUAN

Telah ditunjukkan sebelumnya, bahwa *Random Matrix Theory* (RMT) dapat digunakan untuk mengidentifikasi objek atau penyusun dari matriks korelasi *return* dari aset finansial. Matriks acak yang sederhana merupakan matriks dengan jenis dan ukuran tertentu yang didalamnya terdiri dari angka acak yang mengikuti pola beberapa distribusi tertentu. Dalam konteks portofolio aset, RMT sangat berguna karena dapat menghitung efek ketidakpastian statistik dalam mengestimasi matriks korelasi.[1]

Dalam manuscript kali ini akan dibahas performa dari portofolio yang akan dibangun dari dua macam pasar saham, kemudian akan dibandingkan kedua portofolio tersebut dengan menggunakan RMT untuk mengevaluasi portofolio tersebut.

RANDOM MATRIX THEORY

Random Matrix Theory diperkenalkan pertama kali pada matematika statistik oleh Wishart pada 1928, kemudian pada tahun 1950, Wigner memperkenalkan konsep distribusi statistik tingkat energi nuklir. Bagaimanapun, seorang Wigner butuh waktu hingga tahun 1955 sebelum memperkenalkan ensembel matriks

acak (Random Matrix). Ide matriks acak dengan ensembel yang tak bervariasi dikenalkan pada bidang fisika oleh Porter dan Rosenzweig setelah sebelumnya telah dikenalkan pada literatur matematika. Analisis matematis yang teliti mengenai distribusi ruang pertama dikenalkan oleh Gaudin dan Mehta. Untuk menganalisis densitas nilai eigen, Mehta menemukan metode polinomial Ortogonal.[2]

Landasan matematis dari random matrix theory dipublikasikan secara baik dalam paper yang dibuat oleh Dyson. Dia memperkenalkan klasifikasi ensembel dari random matrix theory berdasarkan sifat invariansinya. Hasil paper lainnya dari Dyson yang tidak kalah penting adalah mengenai hubungan antara random matrix theory dengan teori sistem yang telah terintegrasi pasti, misal fungsi partisi dari ensembel random matrix ekivalen dengan fungsi partisi dari logpotensial gas Coulomb pada satu dimensi.

Pada sumber lain mengatakan bahwa Random Matrix Theory di deskripsikan oleh Mehta (1991) sebagai matriks representasi dari rata-rata interaksi nukleus. Matriks ini berisikan komponen korelasi silang antara objek yang sedang diidentifikasi. Korelasi silang merupakan korelasi atau ukuran hubungan antara dua variabel acak yang dapat dianalogikan dengan kovarian dari dua atau lebih variabel acak. Dalam *random matrix* ini tersembunyi informasi korelasi silang yang sebenarnya dalam matriks korelasi silang yang masih penuh dengan *noise*.

Hipotesisnya adalah distribusi dari nilai eigen dari matriks korelasi adalah elemen acaknya. Karena matriks korelasi simetris, maka matriks acaknya juga simetris. (Plerou et al. (2001b)).

Untuk membuat matriks korelasi, pertama kita akan menghitung *return* dari tiap saham pada waktu t, $G_i(t)$ pada saham ke i = 1,..., N dari harga saham pada deret waktu $S_i(t)$, pada selang waktu delta t.

$$G_i(t) \equiv \ln(S_i(t+\Delta t)) - \ln(S_i(t)) \tag{1}$$

Pada persamaan (1) digunakan logaritma natural untuk menghitung *return* dari saham agar data terdistribusi normal. Langkah berikutnya menghitung *return* yang ternormalisasi dengan persamaan:

$$g_i(t) \equiv \frac{G_i(t) - \langle G_i(t) \rangle}{\sigma_i} \tag{2}$$

Dengan $\sigma_i \equiv \sqrt{\langle G_i^2 \rangle - \langle G_i \rangle^2}$ adalah standar deviasi dari $\mathbf{G_i}$. Kemudian kita hitung matriks korelasi dengan menggunakan persamaan:

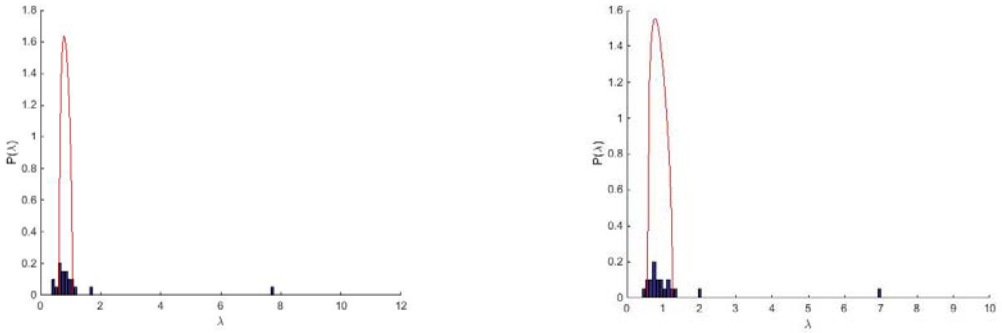
$$C_{ij} \equiv \langle g_i(t) g_j(t) \rangle \tag{3}$$

Langkah berikutnya adalah membentuk matriks acak yang berfungsi sebagai *filter* supaya dapat memisahkan data sebenarnya yang bebas dari *noise.* Secara matematis, pembuatan matriks acak menggunakan persamaan:

$$R \equiv \frac{1}{L} A A^T \tag{4}$$

HASIL

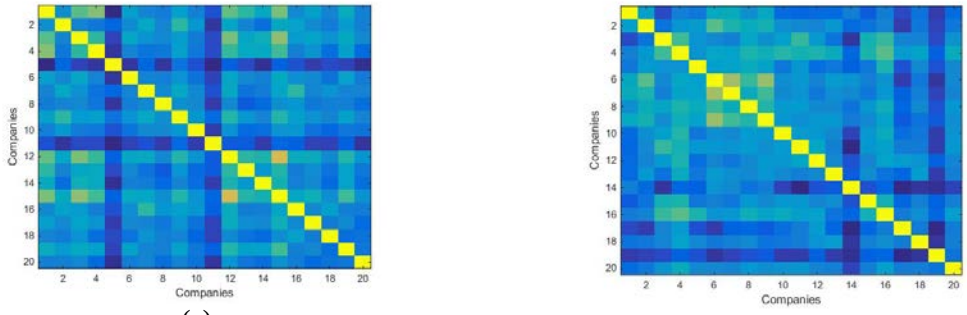
Perhitungan nilai *return* menggunakan data historis dari dua puluh sampel perusahaan yang memiliki saham dalam bidang teknologi dan sosial media pada pasar NASDAQ dan NYSE. Sebelum masuk pada perhitungan korelasi saham, terlebih dahulu kita lihat *Probability Density Function* (PDF) dari masing-masing pasar saham, seperti yang ditunjukkan gambar berikut:



(a) (b)

Gambar 1. PDF nilai eigen pasar NASDAQ ditunjukkan oleh gambar (a). Gambar (b) menunjukkan PDF nilai eigen pada pasar NYSE

Untuk membentuk matriks korelasi, pemakalah menggunakan *software* matlab, didapatkan hasil seperti yang ditunjukkan gambar berikut:



(a) (b)

Gambar 2. Korelasi saham pada pasar NASDAQ ditunjukkan oleh gambar (a). Gambar (b) menunjukkan korelasi saham pada pasar NYSE

KESIMPULAN

RMT dapat digunakan untuk "membersihkan" matriks korelasi sehingga didapatkan korelasi yang "bersih" dari *noise* data historis saham tiap waktunya. Berdasarkan gambar 3 dan 4, maka dapat ditarik kesimpulan saham – saham pada pasar NASDAQ lebih kuat korelasinya daripada saham – saham pada pasar NYSE.

REFERENSI

1. Vincenzo Tola, Fabrizio Lillo, Mauro Gallegati, and Rosario N. Mantegna, "Cluster analysis for portfolio optimization", 2005.
2. Szil´ard Pafka and Imre Kondor, "Estimated Correlation Matrices and Portfolio Optimization", 2003.
3. Laurent Laloux, Pierre Cizeau and Marc Potters, "Random Matrix Theory and Financial Correlations"
4. V. Plerou, P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. Amaral, H. E. Stanley, Phys. Rev. Lett. 83, 1471 (1999).
5. M. Mehta, Random Matrices (Academic Press, New York, 1995).
6. S. Galluccio, J.P. Bouchaud and M. Potters, Physica A 259, 449 (1998).