

# Studi Pengaruh Variasi Bentuk Geometri Potensial Penghalang pada Kasus Difusi Plasma dengan Metode *Particle-In-Cell* (PIC)

Muliady Faisal<sup>1,a)</sup>, Acep Purqon<sup>2,b)</sup>

<sup>1</sup>Magister Sains Komputasi, FMIPA ITB

<sup>2</sup>Fisika Bumi dan Sistem Kompleks, FMIPA ITB

<sup>a)</sup> muliadyfaisalalmandary@gmail.com

<sup>b)</sup> acep@fi.itb.ac.id

## Abstrak

*Fenomena plasma sangat menarik untuk diteliti baik secara eksperimental maupun simulasi. Dalam studi ini akan dibahas pengaruh variasi bentuk geometri potensial penghalang pada sebuah simulasi model aliran plasma pada kasus distribusi kerapatan muatan dan potensial listrik dengan menggunakan metode Particle-In-Cell (PIC), dengan menghitung kerapatan muatan dan potensial listrik yang diturunkan dari persamaan Poisson. Dalam metode PIC, elektron dan proton merupakan sumber dari plasma. Secara numerik step waktu yang digunakan yaitu setiap 1 detik dengan periode plasma selama 200 detik dan grid yang digunakan yaitu  $16 \times 10$ . Pada variasi bentuk geometri potensial penghalang, ketika potensial penghalangnya diperbesar ke sumbu x dapat mengakibatkan berkurangnya distribusi kerapatan muatannya, sedangkan jika potensial penghalangnya diperbesar ke sumbu y dapat mengakibatkan semakin sedikit partikel yang dapat terdistribusi. Inti dari penelitian ini adalah membahas model difusi sederhana yang diharapkan bisa diaplikasikan pada plasma suhu rendah (300 K sampai 400 K) khususnya plasma medis.*

*Kata-kata kunci: PIC, kerapatan muatan, potensial listrik*

## PENDAHULUAN

Metode yang digunakan simulasi dalam difusi plasma ini adalah *PIC*. *PIC* adalah teknik untuk mensimulasikan gerakan partikel yang bermuatan atau plasma dalam sebuah bidang (dimensi 2) atau ruang (dimensi 3). Persamaan Poisson adalah persamaan standar yang digunakan untuk menghitung medan elektrostatis dalam simulasi *PIC* [1-3]. Adapun sumber plasma bersumber dari elektron dan proton. Metode ini bekerja dengan baik ketika menunjukkan fenomena menarik dimana pada skala waktu sebanding dengan sebanding dengan frekuensi elektron plasma dan skala spasial sebanding dengan Panjang Debye, bila ada pemisahan elektron dan proton. Panjang Debye ( $\lambda_D$ ) adalah jarak maksimum antara elektron dan ion dimana elektron masih di pengaruhi oleh proton. Simulasi ini sangat mendukung osilasi dari elektron.

Osilasi elektron sangat berperan dalam mengkaji fenomena skala waktu yang terjadi, yaitu: skala waktu terpendek yang mungkin terjadi dari frekuensi gelombang rendah, skala waktu proton, skala waktu tumbukan,

dan skala waktu transportasi elektron [4]. Untuk menghindari resolusi skala waktu osilasi elektron digunakan Algoritma Implisit [5-11]. Namun, simulasi PIC juga menghadapi kesulitan yang lebih mendasar yang timbul dari keadaan dari *quasineutrality*. *Quasineutrality* adalah keadaan dimana kerapatan partikel elektron dan proton hampir sama [12].

Ada beberapa hal yang menyebabkan simulasi plasma menjadi rumit, yaitu: kehadiran bidang eksternal dan induksi diri elektromagnetik, interaksi antar-partikel, kehadiran benda padat, dan skala waktu karakteristik yang berbeda di mana proton dan elektron merambat. Maka penyederhanaan akan memiliki dampak yang luar biasa pada kecepatan komputasi, karena integrasi waktu dapat dilakukan pada skala waktu proton jauh lebih besar. Akhirnya, dengan asumsi bahwa kepadatan gas yang cukup rendah sehingga tabrakan partikel dapat diabaikan.

Partikel elektron dan proton saling berinteraksi satu sama lain. Simulasi plasma umumnya memerlukan setidaknya 1 juta partikel untuk mengurangi kesalahan numerik. Pada paper ini akan dipecahkan masalah pengaruh variasi bentuk geometri penghalang pada penyebaran difusi plasma yang meliputi kerapatan muatan dan potensial listriknya.

## METODE

Metode yang digunakan bersumber dari blog *Particle-In-Cell (PIC) Consulting* yaitu : *The Electrostatic Particle-In-Cell (ES-PIC) Method* dan *Simple Particle-In-Cell Code In Matlab*. Nilai kerapatan muatan adalah jumlah banyaknya partikel bermuatan dalam dimensi ruang. Untuk mencari nilai kerapatan muatan digunakan rumus:

$$\rho = e(Z_p n_p - n_e) \tag{1}$$

dimana:

- $\rho$  = kerapatan muatan
- $e$  = elektron
- $Z_p$  = jumlah rata-rata proton
- $n$  = jumlah proton
- $n_e$  = jumlah elektron.

Sedangkan untuk mencari potensial listriknya, pertama-tama menggunakan Hukum kedua Newton:

$$\frac{dx}{dt} = \vec{v} \tag{2}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} \vec{E} \tag{3}$$

dimana:

- $q$  = muatan partikel
- $m$  = massa partikel
- $E$  = medan elektrostatik

Medan elektrostatik dapat dinyatakan dalam gradient potensial listrik:

$$\vec{E} = -\nabla \phi \tag{4}$$

Berdasarkan Persamaan Poisson:

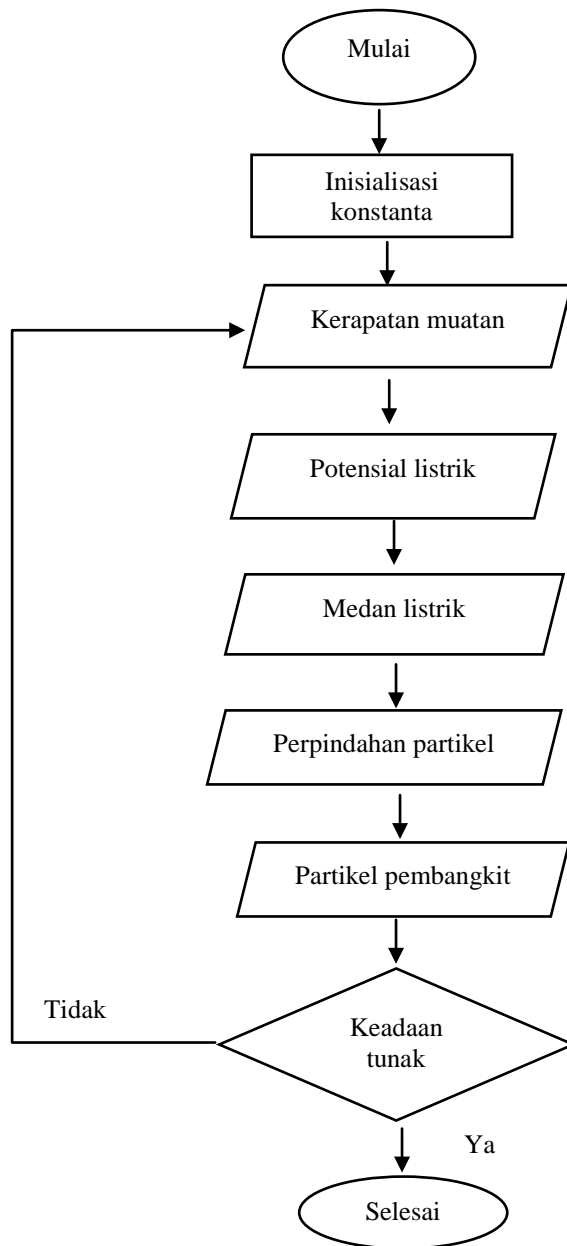
$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{5}$$

Sehingga potensial listriknya dapat dicari.

dimana:

- $\phi$  = Potensial listrik
- $\epsilon_0$  = Permittivitas ruang bebas

## DIAGRAM ALIR



Gambar 1. Diagram alir penelitian

Adapun konstanta yang digunakan dalam simulasi ini, akan diperlihatkan pada tabel berikut:

Tabel 1. Parameter konstanta yang digunakan dalam simulasi

Parameter konstanta	Keterangan
$n_0$	Kerapatan muatan pada /m <sup>3</sup>
$T_e$	Temperatur elektron pada 1 eV
$T_p$	Temperatur proton pada 0.1 eV
$\phi_0$	Potensial penghalang awal = 0
$\phi_p$	Bidang potensial penghalang = -5
$v_{drift}$	Kecepatan injeksi plasma = 7 km/s

Tabel 2. Ukuran dimensi bidang dan step waktu yang digunakan dalam simulasi

Parameter	Keterangan
nx	Jarak kurva dalam sumbu x = 16
ny	Jarak kurva dalam sumbu y = 10
ts	Periode injeksi plasma = 200 detik
dt	Step waktu yang digunakan untuk mengamati difusi plasma = 1 detik

Kerapatan muatan:

$$\rho = e(Z_p n_p - n_e) \tag{6}$$

Potensial listrik:

$$\frac{\phi_{i-1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i+1,j}}{\Delta^2 x} + \frac{\phi_{i,j-1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j+1}}{\Delta^2 y} = -\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( n_p - n_e \exp\left(\frac{\phi_i - \phi_0}{kT_e}\right) \right) \tag{7}$$

Medan listrik:

$$E_{x,i} = -\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{\Delta x} \tag{8}$$

Perpindahan partikel:

$$\vec{v}^{k+0,5} = \vec{v}^{k-0,5} + \frac{q}{m} E \Delta t \tag{9}$$

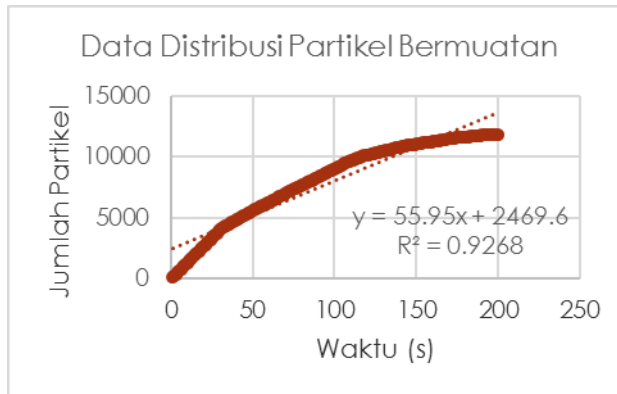
$$\vec{x}^{k+1} = \vec{x}^k + \vec{v}^{k+0,5} \Delta t \tag{10}$$

Generate pembangkit:

$$f_M = \sqrt{\frac{M}{12}} \left[ \sum_{i=1}^M R_i - \frac{M}{2} \right] \tag{11}$$

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Data partikel bermuatan (plasma) diperlihatkan dalam grafik dibawah ini:



Gambar 2. Data distribusi pertikel bermuatan

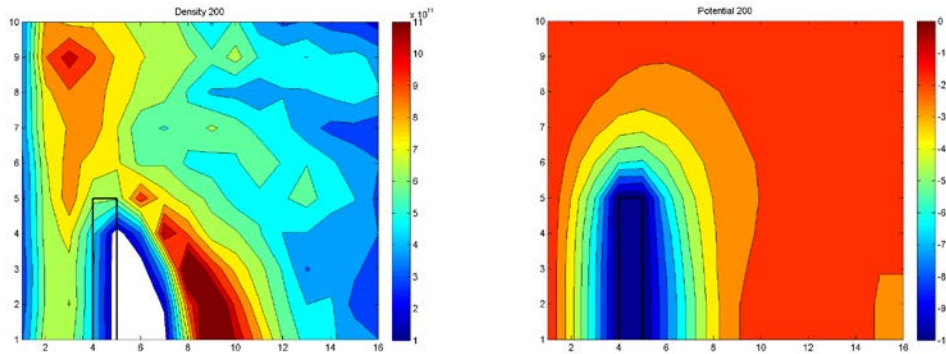
Pada saat  $t = 0$  detik sampai  $t = 25$  detik kecepatan distribusi partikelnya sangat cepat, dimana partikel yang terdistribusi 0 sampai 5000. Pada saat  $t = 25$  detik sampai  $t = 110$  detik kecepatan distribusi partikelnya mulai melambat dimana partikel yang terdistribusi dari 5000 sampai 10.000. Pada saat  $t = 110$  detik sampai  $t = 200$  detik kecepatan distribusi partikelnya semakin melambat dimana partikel yang terdistribusi dari 10.000 sampai 12.000. Pada gambar diatas, trend grafiknya makin lama semakin menurun dengan regresi persamaan linearnya:

$$Y = 55.95x + 2469.6 \tag{13}$$

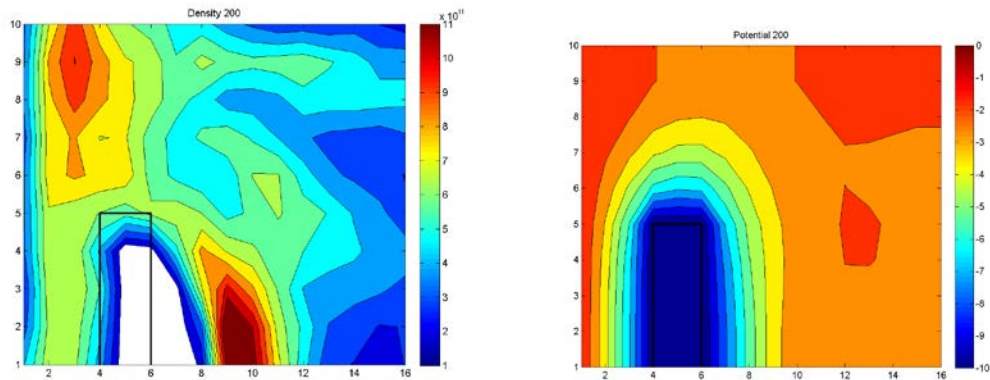
dan

$$R^2 = 0.9268 \tag{14}$$

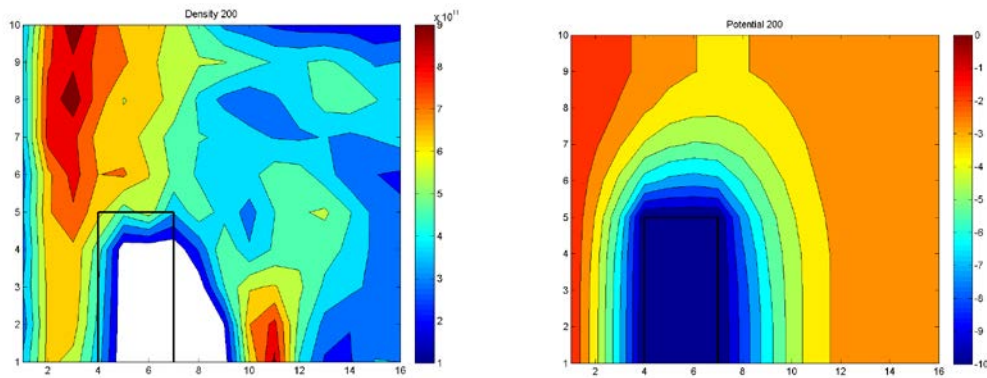
Penghalang untuk sumbu  $x$ , pada sumbu  $y_{awal} = 1$  dan  $y_{akhir} = 5$  akan diperlihatkan sebagai berikut :



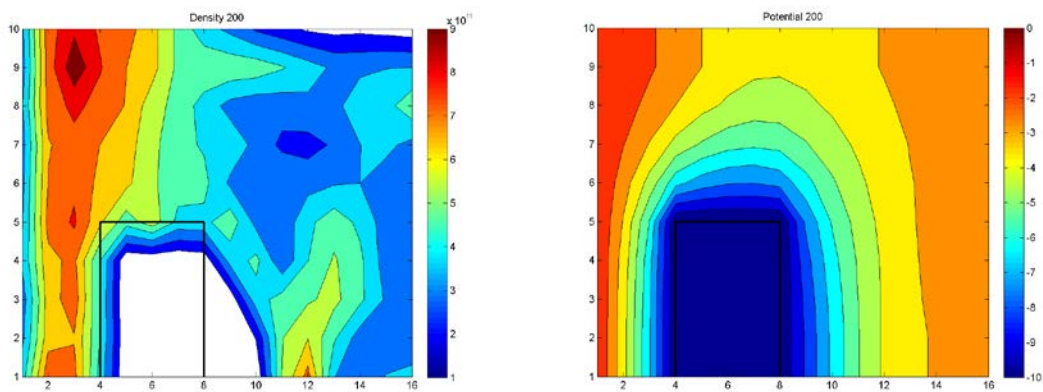
Gambar 3. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $x$ , dimana  $x_{awal} = 4$  dan  $x_{akhir} = 5$



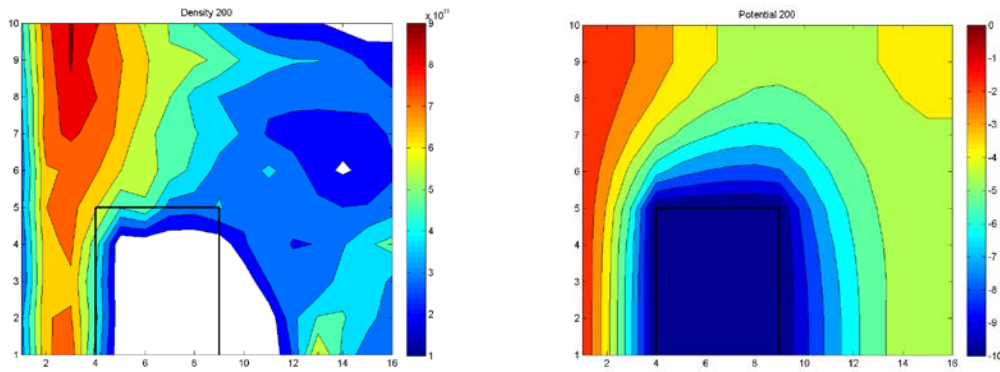
Gambar 4. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $x$ , dimana  $x_{awal} = 4$  dan  $x_{akhir} = 6$



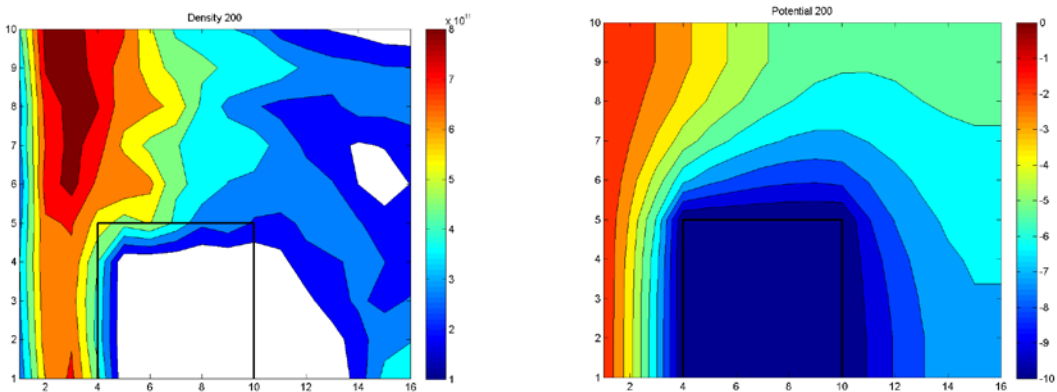
Gambar 5. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $x$ , dimana  $x_{awal} = 4$  dan  $x_{akhir} = 7$



Gambar 6. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $x$ , dimana  $x_{awal} = 4$  dan  $x_{akhir} = 8$



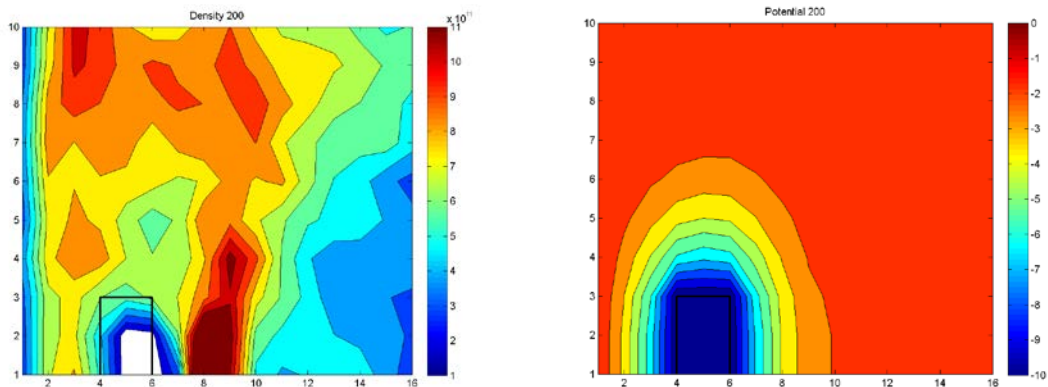
Gambar 7. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $x$ , dimana  $x_{awal} = 4$  dan  $x_{akhir} = 9$



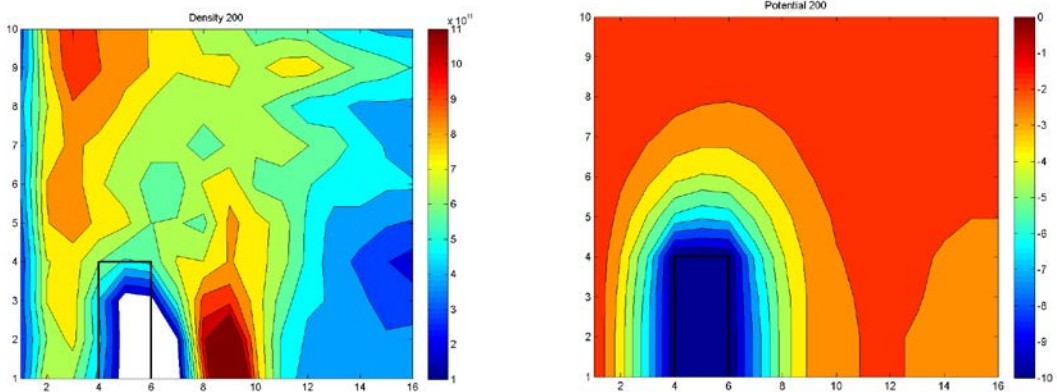
Gambar 8. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $x$ , dimana  $x_{awal} = 4$  dan  $x_{akhir} = 10$

Setelah memperhatikan beberapa gambar diatas, dapat diketahui bahwa pengaruh perubahan geometri potensial penghalang pada sumbu  $x$  dimana  $x_{akhir}$  yang semakin meningkat adalah pada kerapatan muatan kecepatan distribusinya semakin berkurang dan bidang yang tidak ditempati plasma semakin meluas. Ini dapat dilihat dengan semakin meluasnya daerah yang berwarna putih, sedangkan daerah potensial listrik dari minus 5 sampai minus 7.

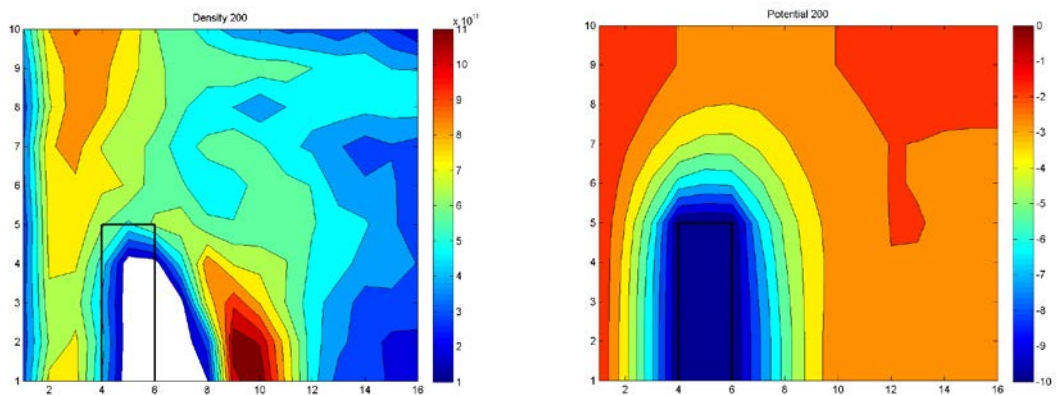
Hasil variasi bentuk geometri potensial penghalang untuk sumbu  $y$ , pada sumbu  $x_{awal} = 4$  dan  $x_{akhir} = 6$  akan diperlihatkan sebagai berikut:



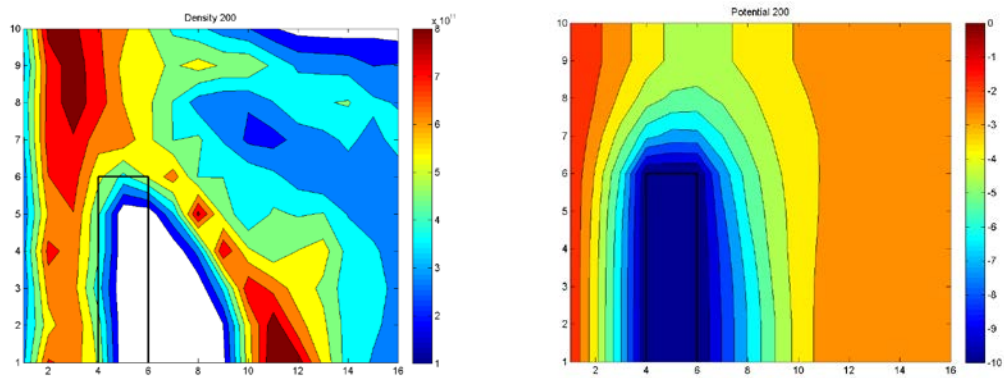
Gambar 9. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $y$ , dimana  $y_{awal} = 1$  dan  $y_{akhir} = 3$



Gambar 10. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $y$ , dimana  $y_{awal} = 1$  dan  $y_{akhir} = 4$

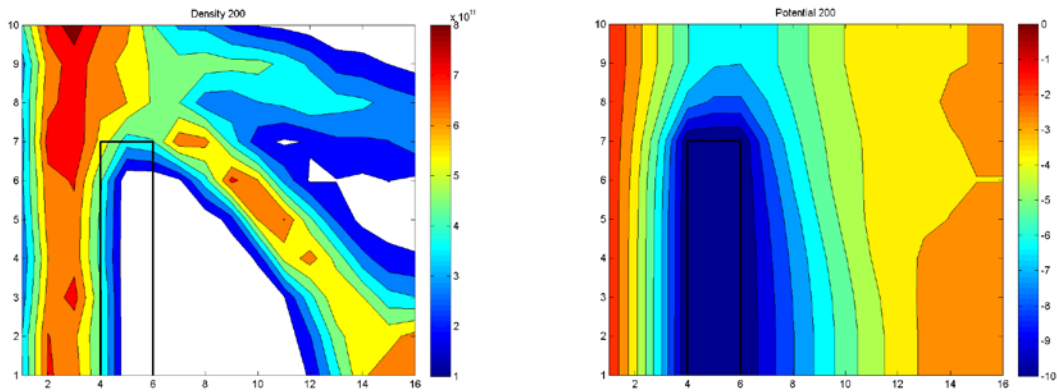


Gambar 11. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $y$ , dimana  $y_{awal} = 1$  dan  $y_{akhir} = 5$

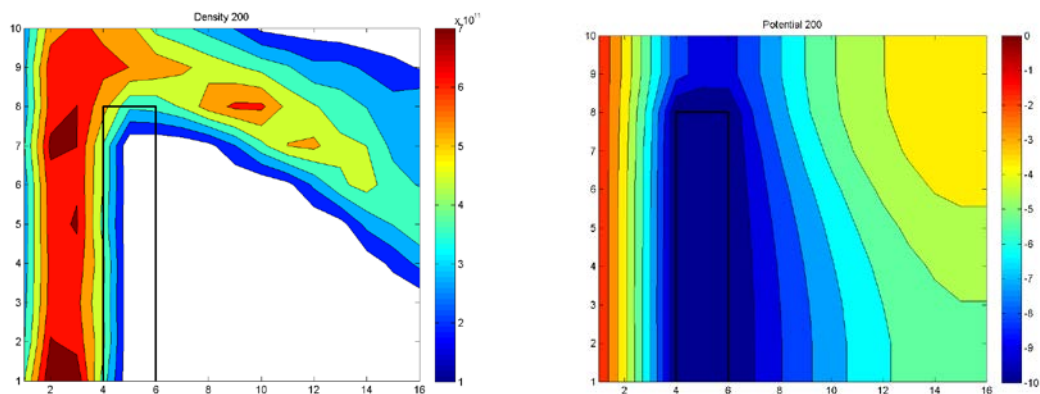


Gambar 12. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $y$ , dimana  $y_{awal} = 1$  dan  $y_{akhir} = 6$





Gambar 13. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $y$ , dimana  $y_{awal} = 1$  dan  $y_{akhir} = 7$



Gambar 14. Kerapatan muatan dan potensial listrik pada sumbu  $y$ , dimana  $y_{awal} = 1$  dan  $y_{akhir} = 8$

Setelah memperhatikan gambar diatas, dapat diketahui bahwa pengaruh perubahan geometri potensial penghalang pada sumbu  $y$  dimana  $y_{akhir}$  yang semakin meningkat adalah pada kerapatan muatan semakin sedikit partikel dari plasma yang dapat terdistribusi dan bidang yang tidak ditempati oleh partikel plasma semakin meluas. Bahkan partikel plasma yang tidak dapat terdistribusi lebih banyak daripada jika sumbu  $x$ -nya yang ditingkatkan. Ini dilihat dari luasnya daerah yang berwarna putih. Sedangkan daerah potensial listriknya dari minus 4 sampai minus 6. Ini setingkat lebih banyak daripada perubahan geometri potensial penghalang pada sumbu  $x$ .

## KESIMPULAN

Distribusi kecepatan partikelnya semakin lama semakin berkurang karena menuju keadaan tunak (*steady state*). Pada kerapatan muatan, partikel dapat menembus sebagian potensial penghalang sedangkan pada potensial listrik, partikel sama sekali tidak dapat potensial penghalang. Tingkat kesalahan pada simulasi ini yaitu 7.32%. Untuk kerapatan muatan dalam kasus variasi perubahan bentuk geometri pada potensial penghalang. Pada kenaikan sumbu  $x_{akhir}$  kerapatan muatannya masih lebih besar daripada kenaikan sumbu  $y_{akhir}$ . Untuk potensial listrik pada kenaikan sumbu  $x_{akhir}$  daerah yang berpengaruh potensial listrik yaitu minus 5 sampai minus 7 sedangkan pada kenaikan sumbu  $y_{akhir}$  daerah yang berpengaruh potensial listrik yaitu minus 4 sampai minus 7, ini berarti lebih besar dari kenaikan sumbu  $x_{akhir}$ . Saran untuk penelitian selanjutnya hitunglah kerapatan muatan dan potensial listrik pada dimensi lain serta hitung aliran pergerakan magnetnya.

## REFERENSI

1. C. K. Birdsall dan A. B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation* (Hilger, Bristol, 1991).
2. R. W. Hockney dan J. W. Eastwood *Computer Simulation Using Particles* (Hilger, Bristol, 1988).
3. T. Tajima, *Computational Plasma Physics* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1989).
4. C. K. Birdsall dan A. B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation* (Hilger, Bristol, 1991), p.56

5. J. Denavit, *Time-filtering particle simulations with  $g \Delta t$*  @ *J. Comput. Phys.* 42.337 (1981).
6. R. J. Mason, *Implicit moment particle simulation of plasmas*, *J. Comput. Phys.* 41.233 (1981).
7. A. Friedman, A. B. Langdon dan B. I. Cohen, *A direct method for implicit particle-in-cell simulations*, *Comments Plasma Phys. and Controlled Fusion* 6,25 (1981)
8. A. B. Langdon, B. I. Cohen dan A. Friedman, *Direct implicit large time step particle simulations in plasmas*, *J. Comput. Phys.* 51.107 (1983).
9. J. U. Brackbill dan B. I. Cohen, eds., *Multiple Time Scales* (Academic Press, San Diego, 1985), Chaps. 8, 9, 11
10. D. W. Hewett dan D. J. Lawson, *Solution of simultaneous partial differential equations using dynamic ADI: Solution of the streamlined Darwin field equations*, *J. Comput. Phys.* 101.11 (1992)
11. C. K. Birdsall dan A. B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation* (Hilger, Bristol, 1991), pp. 339–345.
12. K. Wiesemann. *A Short Introduction to Plasma Physics*. AEPT, Ruhr-Universitat Bochum, Germany (2014)