

Rancang Bangun Alat Eksperimen Untuk Menganalisis Gerak Proyektil yang Memperhitungkan *Drag*

Pradita Adnan Wijaya^{1,a)}, Umar Fauzi^{2,b)}, Fourier Dzar Eljabbar Latief^{2,c)} dan Nila Mutia Dewi^{1,d)}

¹Magister Pengajaran Fisika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

²Laboratorium Fisika Bumi (Afiliasi Penulis Kedua),
Kelompok Keilmuan Fisika Bumi dan Sistem Kompleks,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

^{a)} pradita.a.wijaya@student.itb.ac.id (corresponding author)

^{b)} umarf@fi.itb.ac.id

^{c)} fourier@fi.itb.ac.id

^{d)} nilamutiadewi@gmail.com

Abstrak

Rancang bangun alat eksperimen sederhana P2AFF Projectile Launcher telah dilakukan untuk menganalisis gerak proyektil yang dipengaruhi oleh hambatan udara (drag). Penentuan nilai konstanta drag dilakukan dengan metode sederhana yang mengkombinasikan fungsi proyektil launcher, video tracker dan simulasi numerik. Fenomena gerak proyektil yang dihasilkan oleh alat direkam menjadi video untuk dianalisis menggunakan software tracker. Hasil analisis tracker kemudian dimodelkan dengan simulasi numerik menggunakan Visual Basic for Applications (VBA) pada Microsoft Excel untuk menentukan nilai konstanta drag melalui metode curve fitting. Hasil analisis terhadap proyektil dengan massa 65 gram yang diberikan tekanan 5 psi pada sudut luncuran 30° memiliki nilai konstanta drag berkisar 0.01-0.015.

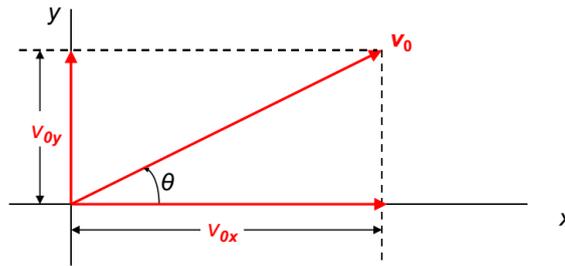
Kata-kata kunci: Gerak Proyektil, drag, VBA, Tracker

PENDAHULUAN

Permasalahan penting dalam sejarah perkembangan ilmu mekanika adalah menentukan gerak proyektil (4). Untuk memahami gerak proyektil ini, berbagai cara dapat dilakukan, antara lain dengan membuat suatu rancang bangun alat eksperimen sederhana (6) dan juga mensimulasikannya secara numerik (1,3). Simulasi dilakukan menggunakan *Visual Basic for Application (VBA)* pada *spreadsheet* (1) dengan menggunakan pendekatan penurunan persamaan numerik Deret Taylor (2). Pendekatan nilai hambatan udara dilakukan menggunakan linear drag.

TEORI GERAK PROYEKTIL

Gerak proyektil dapat ditinjau pada 1, 2 maupun 3 dimensi sebagaimana ditunjukkan oleh vektor gerak proyektil pada gambar 1.



Gambar 1. Komponen-komponen kecepatan awal sebuah proyektil dengan θ adalah sudut antara v_0 dengan sumbu horizontal x

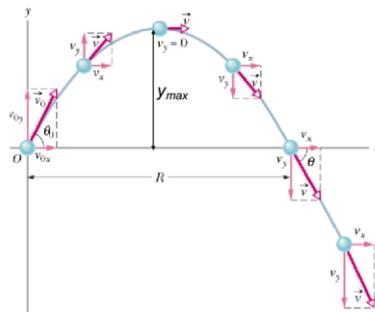
Persamaan umum mengenai gerak proyektil ditunjukkan pada persamaan 1 (pada ruang hampa udara) dan 2 (dengan memperhitungkan hambatan udara) [1].

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -mg\hat{z} \tag{1}$$

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -mg\hat{z} - b \frac{dr}{dt} \tag{2}$$

Dengan m merupakan massa partikel (kg), g merupakan percepatan gravitasi (m/s^2), t merupakan waktu (s), dan b merupakan koefisien hambatan udara atau *drag*.

Gerak Proyektil di Ruang Vakum



Gambar 2. Vektor gerak proyektil [5]

Dalam kondisi *vacuum* (hampa udara), misalkan sebuah proyektil diluncurkan dari titik asal dengan kelajuan awal v_0 dan sudut θ terhadap sumbu horizontal, maka kecepatan awal mempunyai komponen persamaan (3) dan (4)

$$v_{ox} = v_0 \cos\theta \tag{3}$$

$$v_{oy} = v_0 \sin\theta \tag{4}$$

Komponen perpindahan proyektil pada arah x dan y ditunjukkan oleh persamaan (5) dan (6).

$$\Delta x = v_{0x}t \tag{5}$$

$$\Delta y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{6}$$

Persamaan umum untuk lintasan $y(x)$ dapat diperoleh dari persamaan (5) dan (6) dengan mengeliminasi variabel t antara kedua persamaan ini dengan memilih $x_0 = y_0 = 0$ dan dengan menggunakan $t = \frac{x}{v_{0x}}$ pada persamaan (6) kita dapatkan persamaan (7)

$$y = \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x - \frac{1}{2}\left(\frac{g}{v_{0x}^2}\right)x^2 \tag{7}$$

Waktu yang dibutuhkan proyektil untuk mencapai ketinggian maksimumnya dimana ketinggian awal dan akhir sama didapatkan dengan mengambil komponen vertikal kecepatannya sama dengan nol $v_y = -gt = 0$

atau $t = \frac{v_{0y}}{g}$.

Jangkauan R adalah jarak yang ditempuh dalam dua kali waktu ini sehingga persamaannya menjadi persamaan (8).

$$R = 2v_{0x}\left(\frac{v_{0y}}{g}\right) = \left(\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}\right) \tag{8}$$

Bila dinyatakan dalam kelajuan awal v_0 dan sudut lemparan θ , jangkauan ini dapat dituliskan sebagaimana persamaan (9).

$$R = \frac{2(v_0 \cos\theta)(v_0 \sin\theta)}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g} \tag{9}$$

Persamaan (9) dapat disederhanakan dengan menggunakan kesamaan trigonometri untuk sinus dua kali sudut yaitu $\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$, sehingga didapatkan persamaan (10).

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta \tag{10}$$

Gerak Proyektil Dengan memperhitungkan Hambatan Udara (*Drag*)

Jika diasumsikan ada *drag* yang bekerja secara linear ke arah sumbu x dan sumbu y (persamaan 2), maka untuk mendapatkan nilai kecepatan gerak proyektil dilakukan integrasi terhadap persamaan 2. Hasil integrasi menggunakan Deret Taylor ditunjukkan pada persamaan 11 (ke arah sumbu x) dan persamaan 12 (ke arah sumbu y).

$$v_x = v_0 \cos\alpha e^{-\frac{bt}{m}} \tag{11}$$

$$v_y = \left[\left(v_0 \sin\alpha + \frac{mg}{b} \right) e^{-\frac{bt}{m}} \right] - \frac{mg}{b} \tag{12}$$

Jarak luncur gerak proyektil juga dapat dihitung dengan mengintegrasikan persamaan 11 terhadap waktu (t) untuk gerak proyektil ke arah sumbu x dan persamaan 12 untuk gerak proyektil ke arah sumbu y. Persamaan hasilnya ditunjukkan oleh persamaan 13 dan 14.

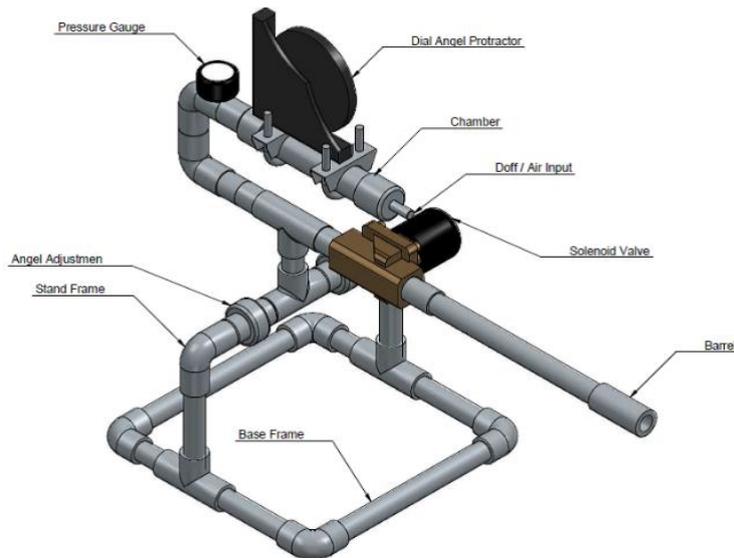
$$x = v_{0x}t - \frac{v_{0x}bt^2}{2m} + \frac{v_{0x}b^2t^3}{6m^2} - \frac{v_{0x}b^3t^4}{24m^3} + \frac{v_{0x}b^4t^5}{120m^4} \tag{13}$$

$$y = \frac{m}{b}v_0 \sin\alpha \left(1 - e^{-\frac{bt}{m}} \right) - \frac{m^2g}{b^2} \left(e^{-\frac{bt}{m}} - 1 \right) - \frac{mgt}{b} \tag{14}$$

HASIL, ANALISIS DATA, DAN PEMBAHASAN

Desain Alat

Rancang bangun alat yang dilakukan menggunakan bahan utama berupa pipa paralon. Skema rancang bangun alat dapat dilihat pada gambar 3.

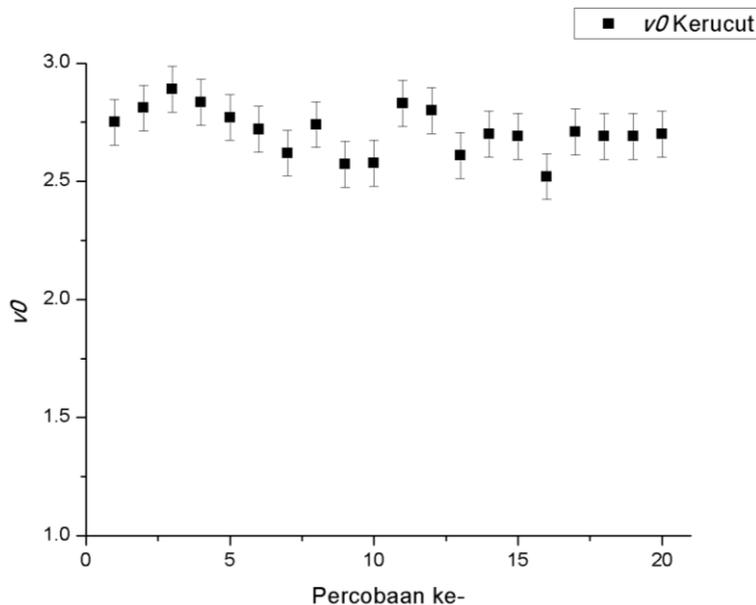


Gambar 3. Detail bagian-bagian alat P2AFF Projectile Launcher

Alat terdiri dari tiga bagian utama, yaitu: *base frame*, *stand frame*, dan *chamber*. Komponen utama terletak di bagian *chamber*, dimana terdapat *doff* sebagai tempat udara dimasukkan menggunakan pompa ataupun *compressor*, *dial angle protractor* untuk mengatur nilai sudut luncuran, *pressure gauge* sebagai penunjuk nilai tekanan udara yang dipompakan, serta *trigger* sebagai pemacu melepaskan peluru. Pada bagian *stand frame* terdapat *angle adjustment* yang dapat diputar untuk menyesuaikan dengan besarnya nilai sudut luncuran yang diinginkan.

Uji Kinerja Alat

Uji kinerja alat untuk mengetahui akurasi dari alat yang dikembangkan, dilakukan dengan cara meluncurkan proyektil dengan tekanan 5 psi dan sudut 45° sebanyak 20 kali. Setiap percobaan direkam menjadi video kemudian dianalisis menggunakan *software tracker* untuk mencari nilai kecepatan awal dari setiap lontaran. Hasil percobaan ditunjukkan oleh gambar 4 berikut.

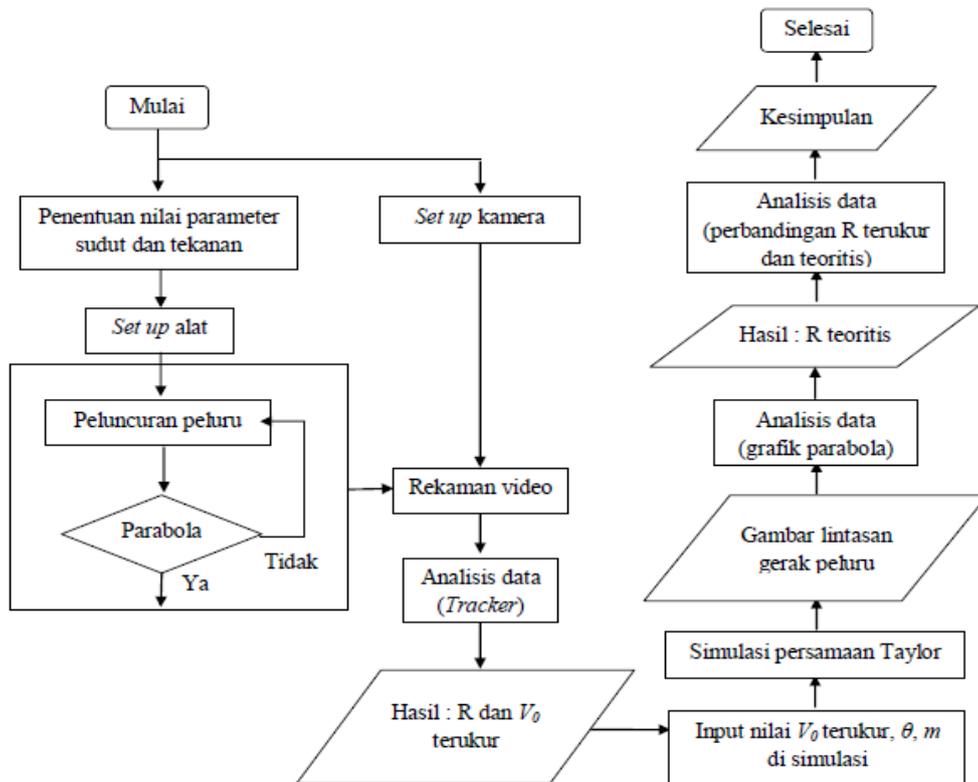


Gambar 4. Sebaran nilai kecepatan awal (v_0) dari setiap luncuran

Hasil uji kinerja alat menunjukkan bahwa sebaran nilai kecepatan awal (v_0) dari 20 kali percobaan berada pada rentang 2.5-3.0 m/s. Rentang tersebut menunjukkan bahwa alat yang dikembangkan relatif stabil sehingga layak digunakan sebagai alat eksperimen fisika terutama untuk menganalisis fenomena gerak parabola yang dipengaruhi drag.

Metode Eksperimen

Teknik pengambilan data eksperimen gerak proyektil untuk menguji kinerja alat digambarkan melalui diagram alir pada gambar 5.



Gambar 5. Diagram alir uji coba alat eksperimen gerak proyektil.

Penelitian diawali dengan penentuan nilai parameter yaitu sudut dan tekanan yang tetap. Selanjutnya, dilakukan analisis video luncuran gerak proyektil di laboratorium menggunakan *software Tracker* untuk mendapatkan nilai kecepatan awal (v_0). Hasil analisis video tersebut kemudian dibandingkan dengan hasil simulasi numerik menggunakan *Visual Basic for Applications (VBA)* pada *Microsoft Excel* menggunakan parameter kecepatan awal (v_0), sudut (θ), dan massa proyektil (m) yang sesuai dengan alat eksperimen. Diharapkan hasil analisis menggunakan kedua metode ini dapat dipergunakan untuk mengetahui akurasi serta menguji kinerja alat yang telah dibuat. *Set up* alat eksperimen ditunjukkan oleh gambar 6.

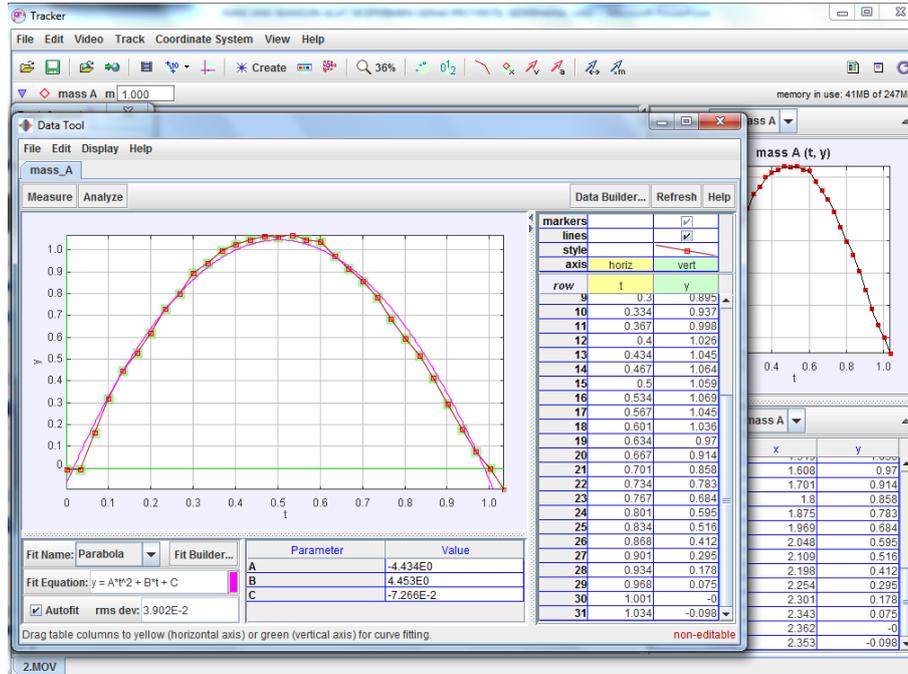


Gambar 6. Peluncur proyektil P2AFF Projectile Launcher

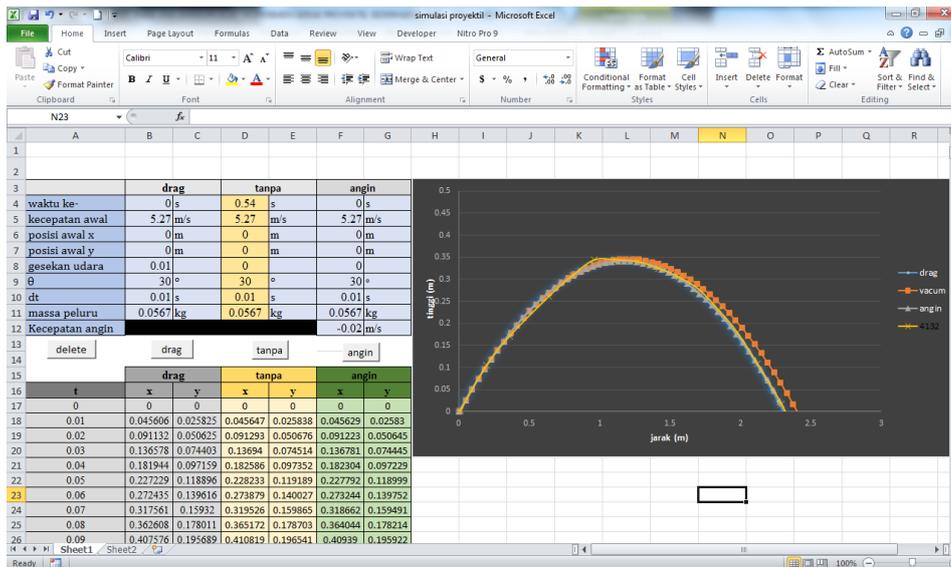
Pompa digunakan untuk memberikan tekanan udara ke dalam *chamber*. Nilai tekanan udara dapat diketahui dengan melihat *pressure gauge*. Apabila nilai tekanan udara sudah sesuai, proyektil dapat diluncurkan dengan menekan *trigger*.

Hasil Penelitian Dan Pembahasan

Analisis data dilakukan terhadap data hasil percobaan yang berupa video. Metode *tracking point mass* digunakan untuk melacak pergerakan peluru yang diluncurkan oleh alat (gambar 6). Hasil pelacakan berupa bilai x (jarak), y (ketinggian), dan t (waktu). Dari data tersebut kemudian ditentukan nilai kecepatan awal (v_0) gerak luncuran peluru.



Gambar 7. Analisis data hasil percobaan menggunakan software Tracker



Gambar 8. Pencocokan hasil analisis data percobaan dengan simulasi numerik

Nilai kecepatan awal (v_0) yang didapatkan dari hasil pelacakan digunakan sebagai salah satu masukan pada simulasi numerik sebagaimana gambar 8. Selain itu, nilai sudut luncuran (θ), massa peluru (m) dan gesekan udara (*drag*) juga menjadi masukan yang utama pada simulasi ini. Metode *curve matching* atau pencocokan

grafik dilakukan terhadap grafik hasil analisis data dan hasil simulasi menggunakan *drag* untuk mengetahui besarnya nilai drag. Hasil *curve matching* tersebut dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2. Hasil ujicoba alat eksperimen peluncur proyektil

θ ($^{\circ}$)	V_0 (m/s)	R terukur (m)	R teoritis (m)	Selisih R (m)	Drag
30	5.27	2.29	2.41	-0.12	0.010
30	5.31	2.28	2.43	-0.15	0.015

Berdasarkan hasil yang diperoleh dari tabel 2, terlihat bahwa kinerja alat sudah baik. Hal ini ditinjau dari nilai selisih R yang tidak terlalu besar (0.12 – 0.15 m). Dengan adanya analisis yang memperhitungkan *drag*, diketahui bahwa selisih nilai R tersebut terjadi karena adanya *drag* yang bekerja ketika peluru meluncur. Nilai *drag* yang didapatkan dari hasil simulasi sebesar 0.01 – 0.015.

SARAN PENGEMBANGAN

Untuk perbaikan kualitas alat, maka pada tahap pengembangan selanjutnya bagian alat yang berupa *angle protactor* dan *pressure gauge* diganti menggunakan sistem digital agar pembacaannya lebih akurat. Di samping itu, dalam hal ujicoba alat, analisis diperkuat dengan memperhitungkan kecepatan angin.

KESIMPULAN

Hasil analisis terhadap proyektil dengan massa 65 gram yang diberi tekanan 5 psi pada sudut luncur 30° memiliki nilai konstanta drag nya berkisar 0.01-0.015.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terimakasih penulis sampaikan kepada Prof. Dr. rer nat Umar Fauzi dan Dr. Fourier Dzar Eljabbar Latief atas bimbingannya, serta Sdr. Candra Irawan yang telah membuat desain dan prototype alat eksperimen gerak proyektil ini.

REFERENSI

1. Benacka, Jan. *Simulating Projectile Motion in the Air with Spreadsheet*. Spreadsheets in Education (eJSiE): Vol 3: Iss. 2, Article 3. (2009)
2. Hayen, Jeffrey C. *Projectile Motion In A Resistant Medium Part I: Exact Solution and Properties*. International Journal of Non-Linear Mechanics. 38. 357-369. (2003)
3. _____. *Projectile Motion In A Resistant Medium Part II: Approximate Solution and Estimates*. International Journal of Non-Linear Mechanics. 38. 371-380. (2003)
4. Symon, Keith R. *Mechanics 3rd Edition*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1974)
5. Turkyilmazoglu, Mustafa. *Highly Accurate Analytic Formulae For Projectile Motion Subjected To Quadratic Drag*. European Journal of Physics. 37. Doi:10.1088/0143-0807/37/3/035001 (2016)
6. Wijaya, Pradita Adnan. *Rancang Bangun Alat Eksperimen Sederhana Gerak Proyektil*. Seminar Pendidikan Fisika, Fisika, dan Aplikasinya. Yogyakarta (2016)
7. Young, Hugh D. dan Freedman, Roger A. *Fisika Universitas Jilid 1*. Jakarta: Erlangga. (2002)