

Penyelesaian Model Optimisasi Spasial untuk Masalah Alokasi Persediaan Air Menggunakan *General Algebraic Modeling System (GAMS)* untuk Studi Kasus Daerah Irigasi Waduk Jatiluhur

Ahmad Dinu Haq^{1,a)}, Diah Chaerani^{2,b)}, Isah Aisah^{3,c)}

^{1,2,3}Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran,
Jl. Raya Bandung-Sumedang Km. 21 Jatinangor 45363

^{a)}dinuhaq@gmail.com

^{b)}d.chaerani@unpad.ac.id

^{c)}isah.aisah@unpad.ac.id

Abstrak

Defisit air di berbagai wilayah telah menjadi permasalahan yang serius terkait keberlangsungan hidup makhluk hidup. Perubahan iklim menjadi salah satu faktor permasalahan ini terjadi. Namun, secara matematis, masalah ini telah diselesaikan oleh Murray *et al* (2012) melalui rancangan Model Optimisasi Spasial untuk Masalah Alokasi Persediaan Air (MOSMAPA) berbentuk Pemrograman Linear dan telah menyelesaikan masalah defisit air di wilayah Phoenix Amerika Serikat. Model ini menjelaskan bahwa permasalahan mengenai defisit air di suatu wilayah dapat diselesaikan dengan mengalokasikan persediaan air dari wilayah yang mengalami surplus air ke wilayah yang mengalami defisit air. Tujuan utama dari model optimisasi ini adalah meminimumkan defisit air yang terjadi di suatu wilayah pada periode tertentu. Paper ini menjelaskan penggunaan MOSMAPA dalam menyelesaikan pengalokasian pemenuhan kebutuhan air di daerah irigasi Waduk Jatiluhur untuk Wilayah Tarum Barat, Tarum Utara, dan Tarum Timur. Perangkat lunak General Algebraic Modeling System (GAMS) digunakan dalam menyelesaikan MOSMAPA pada studi kasus yang dipilih. GAMS merupakan perangkat lunak yang dirancang khusus untuk menyelesaikan masalah optimisasi linear, nonlinear, dan optimisasi mixed integer. Hasil yang diperoleh adalah GAMS menghasilkan solusi optimal alokasi persediaan air untuk setiap eksperimen numerik yang dibahas. Solusi optimal yang diperoleh dapat dijadikan dasar kebijakan alokasi persediaan air di daerah irigasi Waduk Jatiluhur.

Kata-kata kunci: defisit air, MOSMAPA, Pemrograman Linear, dan GAMS

PENDAHULUAN

Air merupakan kebutuhan pokok yang menjadi sumber keberlangsungan hidup manusia. Namun, Murray *et al* (2012) menyatakan bahwa terdapat masalah mengenai air, yaitu defisit persediaan air di berbagai wilayah yang disebabkan oleh perubahan iklim. Murray *et al* (2012) menjelaskan bahwa masalah defisit air ini dapat diselesaikan dengan mengalokasikan persediaan air secara optimum. Pentingnya masalah ini untuk dikaji menjadi alasan penulis mengangkat masalah ini ke dalam makalah.

Murray *et al* (2012) merancang Model Optimisasi Spasial untuk Masalah Alokasi Persediaan Air (MOSMAPA) dengan mempertimbangkan beberapa wilayah mengalami surplus air sementara yang lain mengalami defisit. Model ini menjelaskan bagaimana meminimumkan defisit air yang terjadi di suatu wilayah dengan cara mengalokasikan persediaan air secara optimum dari wilayah yang mengalami surplus air

Definisi 1: Model Optimisasi Spasial untuk Masalah Alokasi Persediaan Air yang dirancang oleh Murray *et al* (2012) didefinisikan sebagai berikut

$$\text{Minimum } \sum_i \sum_t p_{it} Z_{it} \tag{1}$$

dengan kendala

$$\sum_k S_{ikt} - X_{it}^+ + X_{it}^- = d_{it}; \forall i, t \tag{2}$$

$$S_{ikt} \leq u_{ikt}; \forall i, k, t \tag{3}$$

$$\sum_{l=t-\lambda}^{t+\lambda} \sum_{j \in \Omega_i} Y_{ijl} \leq \alpha_t X_{it}^+; \forall i, t \tag{4}$$

$$\sum_{l=t-\lambda}^t \sum_{j \in \Omega_i} Y_{ijl} + Z_{it} = X_{it}^-; \forall i, t \tag{5}$$

$$X_{it}^+, X_{it}^-, Z_{it} \geq 0; \forall i, t$$

$$Y_{ijl} \geq 0; \forall i, j \in \Omega_i, t, l \tag{6}$$

$$S_{ikt} \geq 0; \forall i, k, t$$

dimana

i = indeks area (juga j)

k = indeks sumber air

t = indeks periode waktu

u_{ikt} = persediaan air maksimum di area i dari sumber k pada periode t

d_{it} = permintaan air di area i , periode t

Ω_i = kumpulan area yang dapat disuplai air dari surplus air di area i

p_{it} = bobot penting untuk area i , periode t

α_t = persentase surplus air pada periode t yang dibolehkan untuk dialokasi ke area lain/periode

λ = lama waktu maksimum menyimpan surplus air untuk tahun-tahun berikutnya

S_{ikt} = penggunaan persediaan air di area i dari sumber k pada periode t

X_{it}^+ = banyaknya surplus air di area i , periode t

X_{it}^- = banyaknya defisit air di area i , periode t

Y_{ijl} = banyaknya pengiriman air dari area i pada periode t ke area j pada periode l

Z_{it} = defisit air setelah pengiriman di area i , periode t

Fungsi objektif (1) meminimumkan defisit air yang ditimbang di seluruh wilayah yang di amati. Kendala (2) memberikan syarat bahwa permintaan d_{it} haruslah sama dengan penggunaan S_{ikt} dikurangi jumlah surplus X_{it}^+ ditambah jumlah defisit X_{it}^- . Kendala (3) membatasi air yang disuplai ke setiap wilayah yang diberikan. Kendala (4) membatasi pengiriman air berdasarkan surplus yang tersedia. Kendala (5) melacak sisa defisit Z_{it} di area i , setelah pengiriman dilakukan. Kendala (6) memastikan bahwa variabel keputusan bernilai positif. Koefisien p_{it} digunakan di dalam model ini sebagai bobot penting untuk area i pada periode t dan didefinisikan sebagai

$$p_{it} = \max \left\{ 0, \frac{\sum_k u_{ikt} - d_{it}}{pop_{it}} \right\}$$

Parameter α_t mempresentasikan surplus air yang dapat diberikan oleh penyedia air ke wilayah lain. Hal ini memungkinkan penyedia air untuk melakukan percadangan, jika dibutuhkan (Murray *et al*, 2012).

GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM (GAMS)

General Algebraic Modeling System (GAMS) adalah sebuah sistem pemodelan yang memiliki level yang tinggi untuk pemrograman matematika dan optimisasi (<http://gams.com>, diakses 21 Maret 2016). GAMS dirancang khusus untuk memecahkan masalah pemrograman linier, nonlinier, dan masalah optimisasi *mixed integer* (<http://gams.com/docs/intro.htm>, diakses 21 Maret 2016). GAMS mampu menyelesaikan masalah yang memiliki skala yang besar dan kompleks. Pengguna harus bisa memformulasikan masalah matematika secara tepat ke dalam persamaan aljabar dimana ketentuan penulisan pada bahasa pemrograman GAMS

terpenuhi, karena seluruh rangkaian penyelesaian model dibuat ke dalam pernyataan aljabar. Brooke *et al* (1998 : 2) menjelaskan bahwa semua transformasi data ditetapkan secara singkat ke dalam pernyataan aljabar. Hal ini berarti bahwa semua data dapat dimasukkan ke dalam bentuk paling dasar dan semua transformasi data dibuat di dalam pengkonstruksian model dan pelaporan untuk dilakukan pemeriksaan Seluruh set yang berkaitan erat dengan kendala dimasukkan ke dalam satu pernyataan.

Terdapat dua fitur GAMS paling menarik yang dijelaskan oleh Chattopadhyay (1999), yaitu keterpisahan masalah matematika yang dibahas dan metode solusi yang diberikan, sehingga pengguna bisa menerapkan algoritma yang berbeda untuk masalah yang sama tanpa mengubah struktur model dasar. Fitur selanjutnya adalah keterpisahan data dan logika penjabaran model yang memudahkan penambahan pernyataan ke dalam model yang “pada dasarnya deskripsi matematis model dapat dipertahankan sambil meningkatkan atau mengurangi ukuran masalah” (Chattopadhyay, 1999 : 16). Dua fitur ini sangat membantu saat eksperimen-eksperimen numerik dilakukan untuk masalah optimisasi yang dibahas di dalam skripsi ini, karena setiap penjabaran model untuk studi kasus yang berbeda sangatlah panjang dan variabel yang terlibat sangatlah banyak, tetapi memiliki struktur model dasar yang sama.

GAMS memiliki aturan penulisan dalam merepresentasikan suatu model matematika yang akan diproses di dalam sistem. Terdapat komponen dasar di dalam GAMS. Berdasarkan penjelasan Broke *et al* (1998 : 22) komponen dasar GAMS dapat dilihat pada tabel sebagai berikut

Tabel 1. Komponen Dasar Model GAMS

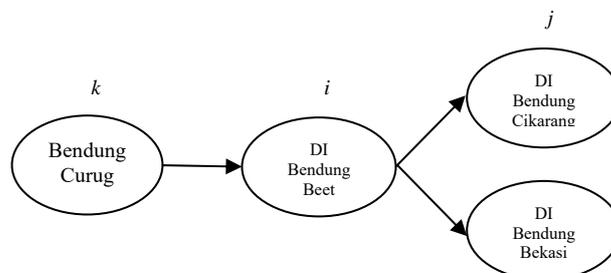
Inputs	Outputs
<ul style="list-style-type: none"> • SETS • DATA • VARIABEL • EQUATION • MODEL dan SOLVE 	<ul style="list-style-type: none"> • Echo Print • Reference Maps • Equation Listings • Status Reports • Results

HASIL DAN PEMBAHASAN

MOSMAPA di Daerah Irigasi (DI) Waduk Jatiluhur dirancang berdasarkan tabel data kebutuhan air untuk tanam padi rendeng musim tanam 2014/2015, tanam padi gadu dan palawija musim tanam 2015, air minum, dan keperluan lainnya di daerah irigasi Waduk Jatiluhur wilayah Tarum Barat, Tarum Utara, dan Tarum Timur Tahun 2014/2015 yang diperoleh dari Perusahaan Umum (Perum) Jasa Tirta II [6]. Eksperimen numerik yang dilakukan adalah merancang tiga model untuk kasus yang berbeda. Tiga kasus tersebut dijelaskan pada subbab sebagai berikut.

Eksperimen Numerik I

Bendung Curug merupakan sumber air (k) tunggal yang menyediakan air ke wilayah (i), dimana wilayah i adalah DI Bendung Beet. Wilayah i tersebut akan menyuplai persediaan air ke wilayah j yang terdiri dari DI Bendung Cikarang dan DI Bendung Bekasi. Wilayah j tersebut tercatat mengalami defisit air pada tahun 2014/2015. Untuk mengurangi atau bahkan menghilangkan defisit air tersebut, maka dirancanglah model alokasi persediaan air ini. Data yang diperoleh dari Perum Jasa Tirta II memiliki 24 periode waktu, dimana satu periode waktu berdurasi dua minggu. Untuk mempermudah dan memperkecil perhitungan, 24 periode waktu tersebut dibuat menjadi 12 periode waktu, dimana satu periode waktu berdurasi satu bulan, sehingga diperoleh bentuk model dengan $k = 1$, $i = 1$, $j = 2$, dan $t = 12$. Model untuk kasus ini dapat direpresentasikan ke dalam gambar berikut ini



Gambar 2. Alur Alokasi Persediaan Air Wilayah Tarum Barat untuk $k = 1$, $i = 1$, dan $j = 2$

Asumsi yang digunakan oleh Murray *et al* (2012) mengenai nilai parameter digunakan pula di dalam makalah ini, yaitu asumsi bahwa alokasi air oleh penyedia air tidak melebihi 95% dari surplus air yang dimiliki untuk setiap periode, sehingga koefisien $\alpha_t = 0.95$ untuk setiap t . Selain itu digunakan pula asumsi bahwa batas waktu untuk menyimpan surplus air adalah lima tahun, sehingga $\lambda = 5$. Bobot penting yang digunakan, yaitu koefisien p_{it} dihitung dan dimasukkan ke dalam model. Koefisien p_{it} tersebut disajikan di dalam Tabel 2.

Tabel 2. Koefisien p_{it} untuk Eksperimen Numerik I (debit air dalam satuan m³/detik dan populasi dalam satuan jiwa)

i, t	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	1,10	1,11	1,12
$u_{i,t}$	44.71	44.21	57.25	26.83	18.87	25.04	37.22	57.61	76.48	89.20	58.55	38.06
$d_{i,t}$	114	114	114	114	114	114	114	114	114	114	114	114
$pop_{i,t}$	199593	199593	199593	199593	199593	199593	199593	199593	199593	199593	199593	199593
$p_{i,t}$	0.00034 7156	0.00034 9647	0.00028 4329	0.00043 6739	0.00047 662	0.00044 5707	0.00038 4683	0.00028 2525	0.00018 7983	0.00012 4253	0.00027 7815	0.00038 0474

Model Optimisasi Spasial untuk Masalah Alokasi Persediaan Air di Daerah Irigasi Waduk Jatiluhur Wilayah Tarum Barat Tahun 2014/2015 dengan $k = 1, i = 1, j = 2$, dan $t = 12$ adalah

$$\text{Minimum } \sum_{i=1}^1 \sum_{t=1}^{12} p_{it} Z_{it} \tag{7}$$

dengan kendala

$$\sum_{k=1}^1 S_{ikt} - X_{it}^+ + X_{it}^- = d_{it}, \forall i = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 12 \tag{8}$$

$$S_{ikt} \leq u_{ikt}, \forall i = 1, k = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 12 \tag{9}$$

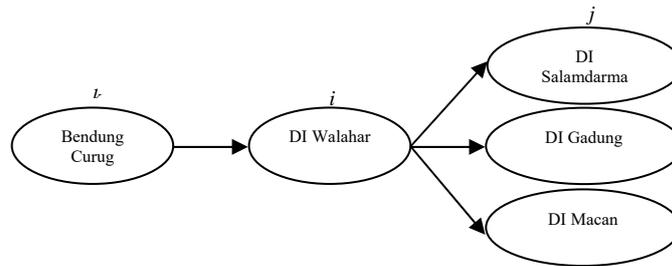
$$\sum_{t=1}^{t+5} \sum_{j=1}^2 Y_{ijt} \leq 0.95 X_{it}^+, \forall i = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 12 \tag{10}$$

$$\sum_{t=t-5}^t \sum_{j=1}^2 Y_{ijt} + Z_{it} = X_{it}^-, \forall i = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 12 \tag{11}$$

Setelah model dirancang, langkah berikutnya adalah menjabarkan operasi sigma dan menuliskan model ke dalam bahasa pemrograman GAMS untuk mendapatkan solusi model tersebut. Dalam menuliskan model tersebut ke dalam bahasa pemrograman GAMS, dilakukan pendefinisian variabel-variabel yang terlibat. Pendefinisian variabel-variabel ini dilakukan untuk mempermudah pengkonstruksian model ke dalam pernyataan aljabar.

Eksperimen Numerik II

Daerah Irigasi (DI) Walahar merupakan salah satu daerah irigasi Waduk Jatiluhur yang masuk ke dalam wilayah Tarum Utara. Penulis merancang suatu model dimana DI Walahar dijadikan sebagai penyedia air yang mendapat persediaan air dari sumber air yaitu Bendung Curug, lalu persediaan air tersebut akan dialokasikan ke wilayah Tarum Timur yang tercatat mengalami defisit air pada tahun 2014-2015. Wilayah tersebut adalah DI Salamdarma, DI Gadung, dan DI Macan. Model ini dirancang untuk memberikan solusi agar defisit yang dialami oleh tiga daerah irigasi tersebut dapat diminimumkan atau bahkan dihilangkan dengan mengalokasikan persediaan air dari DI Walahar. Jumlah periode waktu yang diperoleh dari tabel data diperkecil dari 24 periode menjadi 8 periode waktu dan masing-masing periode memiliki durasi 3 minggu, sehingga diperoleh bentuk model dengan $k = 1, i = 1, j = 3$, dan $t = 8$. Model untuk kasus ini direpresentasikan ke dalam gambar berikut ini



Gambar 3. Alur Alokasi Persediaan Air Wilayah Tarum Utara dan Tarum Timur untuk $k = 1, i = 1,$ dan $j = 3$ Koefisien p_{it} untuk eksperimen numerik II disajikan di dalam Tabel 3.

Tabel 3. Koefisien p_{it} untuk Eksperimen Numerik II (debit air dalam satuan $m^3/detik$ dan populasi dalam satuan jiwa)

i, t	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
$u_{i,t}$	285	285	285	285	285	285	285	285
$d_{i,t}$	93.94	165.20	133.33	127.53	183.19	239.27	220.70	60.36
$pop_{i,t}$	41609	41609	41609	41609	41609	41609	41609	41609
$p_{i,t}$	0.004591 795	0.002879 185	0.003645 125	0.003784 518	0.002446 826	0.001099 041	0.001545 339	0.005398 832

Model Optimisasi Spasial untuk Masalah Alokasi Persediaan Air di Daerah Irigasi Waduk Jatiluhur Wilayah Tarum Utara dan Tarum Timur Tahun 2014/2015 dengan $k = 1, i = 1, j = 3,$ dan $t = 8$ adalah

$$\text{Minimum } \sum_{i=1}^1 \sum_{t=1}^8 p_{it} Z_{it} \tag{12}$$

dengan kendala

$$\sum_{k=1}^1 S_{ikt} - X_{it}^+ + X_{it}^- = d_{it}, \forall i = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 8 \tag{13}$$

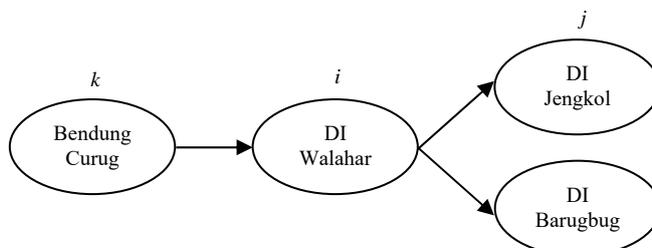
$$S_{ikt} \leq u_{ikt}, \forall i = 1, k = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 8 \tag{14}$$

$$\sum_{l=t}^{t+5} \sum_{j=1}^3 Y_{ijlt} \leq 0.95 X_{it}^+, \forall i = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 8 \tag{15}$$

$$\sum_{l=t-5}^t \sum_{j=1}^3 Y_{ijlt} + Z_{it} = X_{it}^-, \forall i = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 8 \tag{16}$$

Eksperimen Numerik III

Model pada kasus ini memiliki beberapa persamaan pada model eksperimen numerik kedua, yaitu Bendung Curug sebagai sumber air dan DI Walahar sebagai penyedia air yang mendapatkan persediaan air dari Bendung Curug. Namun, perbedaan terletak pada daerah yang akan mendapat alokasi air dari DI Walahar, yaitu DI Jengkol dan DI Barugbug. DI Jengkol dan DI Barugbug ini termasuk ke dalam wilayah Tarum Timur. Model ini dirancang untuk memberikan alternatif pengalokasian air pada model eksperimen numerik kedua, yaitu pengalokasi air dari DI Walahar ke daerah irigasi di wilayah Tarum Timur yang juga mengalami defisit. Jumlah periode waktu yang digunakan berjumlah 8 periode dan masing-masing periode berdurasi 3 minggu, sehingga diperoleh bentuk model dengan $k = 1, i = 1, j = 2,$ dan $t = 8$. Model untuk kasus ini direpresentasikan ke dalam gambar berikut ini



Gambar 4. Alur Alokasi Persediaan Air Wilayah Tarum Utara dan Tarum Timur untuk $k = 1, i = 1,$ dan $j = 2$

Koefisien p_{it} untuk eksperimen numerik III disajikan di dalam Tabel 4.

Tabel 4. Koefisien p_{it} untuk Eksperimen Numerik III (debit air dalam satuan $m^3/detik$ dan populasi dalam satuan jiwa)

i, t	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
$u_{i,t}$	285	285	285	285	285	285	285	285
$d_{i,t}$	93.94	165.20	133.33	127.53	183.19	239.27	220.70	60.36
$pop_{i,t}$	41609	41609	41609	41609	41609	41609	41609	41609
$p_{i,t}$	0.004591 795	0.002879 185	0.003645 125	0.003784 518	0.002446 826	0.001099 041	0.001545 339	0.005398 832

Model Optimisasi Spasial untuk Masalah Alokasi Persediaan Air di Daerah Irigasi Waduk Jatiluhur Wilayah Tarum Utara dan Tarum Timur Tahun 2014/2015 dengan $k = 1, i = 1, j = 2$, dan $t = 8$ adalah

$$\text{Minimum } \sum_{i=1}^1 \sum_{t=1}^8 p_{it} Z_{it} \tag{17}$$

dengan kendala

$$\sum_{k=1}^1 S_{ikt} - X_{it}^+ + X_{it}^- = d_{it}, \forall i = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 8 \tag{18}$$

$$S_{ikt} \leq u_{ikt}, \forall i = 1, k = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 8 \tag{19}$$

$$\sum_{l=t}^{t+5} \sum_{j=1}^2 Y_{ijl} \leq 0.95 X_{it}^+, \forall i = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 8 \tag{20}$$

$$\sum_{l=t-5}^t \sum_{j=1}^2 Y_{ijl} + Z_{it} = X_{it}^-, \forall i = 1, t = 1, 2, 3, \dots, 8 \tag{21}$$

BENTUK UMUM BAHASA PEMROGRAMAN GAMS UNTUK MOSMAPA

Setelah membuat bahasa pemrograman GAMS untuk eksperimen numerik I, II, dan III, dapat disimpulkan bahwa bentuk umum bahasa pemrograman GAMS untuk MOSMAPA adalah sebagai berikut

```
SCALARS      d1 /nilai_numerik/, d2 /nilai_numerik/, d3 /nilai_numerik/, ...
              u1 /nilai_numerik/, u2 /nilai_numerik/, u3 /nilai_numerik/, ...;
```

```
VARIABLES    F      Fungsi Objektif
Xs1, Xs2, Xs3, ...
Xd1, Xd2, Xd3, ...
Z1, Z2, Z3, ...
S1, S2, S3, ...
Y1, Y2, Y3, ...
Ya, Yb, Yc, ...;
```

```
POSITIVE VARIABLES
Xs1, Xs2, Xs3, ...
Xd1, Xd2, Xd3, ...
Z1, Z2, Z3, ...
S1, S2, S3, ...
Y1, Y2, Y3, ...;
```

```
EQUATIONS    FungsiObjektif      meminimumkan defisit air
Kendala1a    (kendala untuk persamaan (2.2))
Kendala2a
Kendala3a
.
```

```
Kendala1b    (kendala untuk persamaan (2.3))
Kendala2b
Kendala3b
.
```

```
Kendala1c    (kendala untuk persamaan (2.4))
Kendala2c
Kendala3c
```

```

.
.
.
Kendala1d      (kendala untuk persamaan (2.5))
Kendala2d
Kendala3d
.
.
.
;
FungsiObjektif.. F =e= p1*Z1 + p2*Z2 + p3*Z3 + ... ;
Kendalala..    S1-Xs1+Xd1 =e= d1;
Kendala2a..    S2-Xs2+Xd2 =e= d2;
Kendala3a..    S3-Xs3+Xd3 =e= d3;
.
.
.
Kendala1b..    S1 =l= u1;
Kendala2b..    S2 =l= u2;
Kendala3b..    S3 =l= u3;
.
.
.
Kendala1c..    Y1+Y2+Y3+... =l= alpha*Xs1;
Kendala2c..    ... =l= alpha*Xs2;
Kendala2c..    ... =l= alpha*Xs2;
.
.
.
Kendala1d..    Ya+Yb+Yc+... +Z1 =e= Xd1;
Kendala2d..    ... +Z2 =e= Xd2;
Kendala3d..    ... +Z3 =e= Xd3;
.
.
.
MODEL Alokasi_Air /all/;
SOLVE Alokasi_Air USING LP MINIMIZING F;

```

Variabel-variabel yang digunakan merupakan pendefinisian ulang dari variabel-variabel bentuk dasar Model Optimisasi Spasial untuk Masalah Alokasi Persediaan Air.

ANALISIS NUMERIK

GAMS menghasilkan solusi optimal untuk setiap eksperimen numerik yang diberikan. Solusi optimal untuk tiga eksperimen numerik yang dibahas menghasilkan nilai fungsi objektif yang sama, yaitu bernilai 0, dimana pada *output* GAMS ditunjukkan oleh variabel *F*. Hal ini memiliki arti bahwa di Daerah Irigasi Waduk Jatiluhur untuk Wilayah Tarum Barat, Tarum Utara, dan Tarum Timur dengan model yang telah dirancang dan dijelaskan sebelumnya, memiliki 0 m³/detik defisit air atau dengan kata lain tidak mengalami defisit air setelah pengalokasian air dilakukan untuk tahun 2014-2015 dengan solusi optimal pada tabel berikut ini

Tabel 5. Solusi Optimal untuk Setiap Eksperimen Numerik

Variabel	Eksperimen Numerik I (t = 12)	Eksperimen Numerik II (t = 8)	Eksperimen Numerik III (t = 8)
<i>F</i>	0	0	0
$X_{1,1}^-$	44.71	93.94	93.94
$X_{1,2}^-$	44.21	165.20	165.20
$X_{1,3}^-$	57.25	133.33	133.33
$X_{1,4}^-$	26.83	127.53	127.53
$X_{1,5}^-$	18.87	183.19	183.19
$X_{1,6}^-$	25.04	239.27	239.27

$X_{1,7}^-$	37.22	220.70	220.70
$X_{1,8}^-$	57.61	60.36	60.36
$X_{1,9}^-$	76.48	-	-
$X_{1,10}^-$	89.20	-	-
$X_{1,11}^-$	58.55	-	-
$X_{1,12}^-$	38.06	-	-
$Y_{1,1,6,1}$	25.04	239.27	239.27
$Y_{1,1,7,2}$	37.22	220.70	220.70
$Y_{1,1,8,3}$	57.61	60.36	60.36
$Y_{1,1,9,4}$	76.48	-	-
$Y_{1,1,10,5}$	89.20	-	-
$Y_{1,1,12,7}$	38.06	-	-

Berdasarkan tabel di atas, solusi pada Eksperimen Numerik I menunjukkan defisit air terjadi pada wilayah i , dalam kasus ini adalah Bendung Beet, untuk periode waktu 1-12. Defisit ini terjadi sebelum adanya pengiriman air dari sumber air, dalam kasus ini adalah Bendung Curug, ke Bendung Beet sebesar 114 m³/detik untuk setiap periode. Setelah adanya pengiriman air dari Bendung Curug ke Bendung Beet, Bendung Beet tidak mengalami defisit air (ditunjukkan oleh fungsi objektif F yang bernilai 0) untuk setiap periode. Bahkan pengiriman air dari Bendung Curug ke Bendung Beet menyebabkan Bendung Beet memiliki surplus air yang dapat dialokasikan ke Bendung Cikarang, yaitu dapat dilihat nilai variabel Y_{ijtl} . Begitu pula solusi pada Eksperimen Numerik II dan III dapat dilihat dari nilai variabel keputusan yang dihasilkan.

SIMPULAN

Formulasi MOSMAPA ke dalam bahasa pemrograman GAMS dilakukan dengan menjabarkan operasi sigma yang ada di dalam model dan menotasikan ulang variabel keputusan untuk memudahkan penulisan model ke dalam pernyataan aljabar. Eksplorasi perangkat lunak General Algebraic Modeling System (GAMS) yang dilakukan menghasilkan solusi optimum untuk MOSMAPA dengan studi kasus di Daerah Irigasi Waduk Jatiluhur Wilayah Tarum Barat, Tarum Utara, dan Tarum Timur. Solusi yang dihasilkan dapat menyelesaikan permasalahan defisit air di Daerah Irigasi Curug Beet dan Curug Walahar untuk setiap periode, ditunjukkan dengan nilai fungsi objektif sama dengan 0. GAMS memiliki kemampuan untuk menyelesaikan masalah dengan kompleksitas kealjabaran yang tinggi. Tiga eksperimen numerik yang dibahas dapat diselesaikan oleh GAMS, dimana masing-masing eksperimen numerik memiliki 262 variabel keputusan dan 43 persamaan kendala, 221 variabel dan 27 persamaan kendala, dan 158 variabel keputusan dan 27 persamaan kendala.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah mambantu dalam pelaksanaan penelitian ini, sehingga telah dapat dituliskan ke dalam makalah ini. Penelitian ini sebagian didanai oleh Hibah Kompetensi DIKTI 2016.

REFERENSI

1. A. Broke, D. Kendrick, A. Meeraus, dan R. Raman, *GAMS A User's Guide*. GAMS Development Corporation, Washington (1998)
2. D. Chaerani, B.N. Ruchjana, S.P. Dewanto, A.S. Abdullah, J. Rejito, Y. Rosandi, dan I.A. Dharmawan, *Determining The Robust Counterpart of Uncertain Spatial Optimization Model for Water Supply Allocation Problem*, Application of Mathematics in Industry and Life AIP Conference Proceedings, 1716: 020002-1 - 020002-9 (2016)
3. D. Chattopadhyay, *Application of General Algebraic Modeling System to Power System Optimization*, IEEE Transactions on Power Systems (1999), 14 (1): 15-22.
4. F.S. Hiller dan G.J. Lieberman, *Introduction to Operation Research* (7th ed.). The McGraw Hill, New York (2001)
5. A.T. Murray, P. Gober, L. Anselin, S.J. Rey, D. Sampson, P.D. Padegimas, dan Y. Liu, *Spatial Optimization Models for Water Supply Allocation*. Water Resour Manage (2012), 26 (8): 2243-2257.

6. *Peraturan Direksi Perum Jasa Tirta II Nomor : 1/7 /PRT/2014 tentang Rencana Pokok Penyediaan dan Penggunaan Air untuk Tanam Padi Rendeng Musim Tanam 2014/2015, Tanam Padi Gadu dan Tanam Palawija Musim Tanam 2015 serta Kebutuhan Air untuk Air Minum, Industri, dan Perkebunan Tahun 2014/2015 di Daerah Irigasi Jatiluhur.* Perum Jasa Tirta II, Jawa Barat (2014)
7. B.N. Ruchjana, *Suatu Model Generalisasi Space-Time Autoregresi dan Penerapannya pada Produksi Minyak Bumi.* Disertasi tidak diterbitkan. Bandung: Institut Teknologi Bandung (2002)
8. <http://gams.com> , di akses 21 Maret 2016.
9. <http://gams.com/docs/intro.htm>, diakses 21 Maret, 2016.