

# Karakterisasi Gerak Sistem Partikel Granular Satu Dimensi dengan Induksi Vibrasi Sinusoidal

Arka Yanitama<sup>1,a)</sup>, Sparisoma Viridi<sup>2,b)</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Sains Komputasi  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,  
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

<sup>2</sup>Kelompok Keilmuan Fisika Nuklir dan Biofisika,  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,  
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

<sup>a)</sup> yanitama.arka@gmail.com (corresponding author)

<sup>b)</sup> dudung@fi.itb.ac.id

## Abstrak

*Gerak sistem granular satu dimensi telah disimulasikan dengan berbagai parameter yang disesuaikan. Sistem bergerak pada arah  $y$  dengan jumlah  $N$  partikel. Metode yang dipakai dalam penelitian ini adalah metode *Soft-Sphere Molecular Dynamics* yang melibatkan interaksi antar partikel. Simulasi memvariasikan nilai frekuensi dan amplitudo, yang kemudian didapat diagram ruang parameter. Untuk nilai  $e_n = 0,35$  hasil dikelompokkan menjadi empat kondisi yang ditunjukkan pada diagram ruang parameter. Empat kondisi tersebut adalah kondisi *steady*, *unsteady*, *compacted*, dan *failed*. Simulasi juga dilakukan untuk berbagai nilai koefisien restitusi untuk melihat pengaruhnya. Kondisi *compacted* memiliki persentase paling banyak pada nilai  $e_n = 0,25$ . Dua kondisi yang bisa teramati dengan jelas adalah kondisi *steady* dan *failed*. Seiring bertambahnya nilai koefisien restitusi, persentase kondisi *steady* akan semakin sedikit. Untuk hubungan nilai posisi puncak dengan nilai frekuensi dan amplitudo menunjukkan semakin besar frekuensi dan amplitudonya mempengaruhi nilai puncak yang juga secara umum semakin meningkat.*

*Kata-kata kunci: material butiran, vibrasi sinusoidal, molecular dynamics, simulasi, koefisien restitusi*

## PENDAHULUAN

Sistem material butiran memiliki kemampuan yang sangat untuk menirukan beberapa sifat dalam fase padat, cair, dan juga gas. Tetapi, sifat dari sistem material butiran kering sangat berpengaruh dari tumbukan inelastik dari butiran tunggal. Material butiran memiliki kemampuan untuk menghilangkan atau mengubah energi kinetik dengan jumlah yang besar dan sangat cepat melalui tumbukan inelastik tersebut. Hal inilah yang menjadi karakteristik yang memisahkan antara material butiran dan material jenis lain. Penyebab dari berbagai jenis fenomena yang terjadi dapat diamati dan dilacak dengan mencari perubahan energi kinetik dalam material itu sendiri.

Dalam perkembangannya, fisika material butiran merupakan salah satu fenomena yang dapat disimulasikan dengan mudah dan tepat. Beberapa metode yang biasa dipakai untuk mensimulasikan material butiran diantaranya menggunakan *discrete element method* (DEM), *molecular dynamics* (MD), dan *smoothed particle hydrodynamics* (SPH). Simulasi material butiran memiliki peranan yang cukup penting untuk menunjang teori dan eksperimen yang dilakukan. Simulasi dapat dilakukan dengan parameter dan kondisi yang sesuai dengan *real system* untuk mendapatkan hasil yang akurat. Setelah itu, hasil yang didapat dapat dilakukan validasi dengan hasil eksperimen. Jika hasilnya cukup akurat, maka parameter simulasi tersebut dapat digunakan untuk mengkaji lebih dalam lagi tanpa harus melakukan eksperimen.

## METODE MOLECULAR DYNAMICS

Dalam penelitian ini digunakan metode Molecular Dynamics (Dinamika Molekuler) atau biasa disingkat MD. Dinamika molekul adalah suatu metode yang biasanya digunakan untuk mensimulasikan gerak partikel terhadap waktu. Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Alder[1] untuk memodelkan gerak dinamika molekul pada fenomena non-equilibrium. Penelitian sebelumnya telah dilakukan simulasi dalam satu dimensi Alexeev[2] dan dua dimensi oleh Wang[14]. MD yang dipakai dalam penelitian ini berlaku dalam skala makro. Metode ini dapat merepresentasikan interaksi antara partikel dalam jangka waktu tertentu *timestep* yang didasarkan pada persamaan hukum Newton dan hukum mekanika klasik. Maka dari itu dasar untuk gerak sistem pada penelitian berdasarkan hukum Newton kedua yang dituliskan

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{1}$$

Dengan kata lain, gaya total yang diberikan pada objek yang diberikan oleh benda-benda lain sama dengan hasil massa benda dan percepatannya. Sedangkan dasar dari simulasi sendiri awalnya untuk melengkapi eksperimen yang dilakukan secara konvensional. Namun pada perkembangannya simulasi pada komputasi menjadi ilmu sendiri yang dapat mengimbangi eksperimen sebagai validasi data, terutama untuk hal-hal yang sulit dieksperimentalkan.

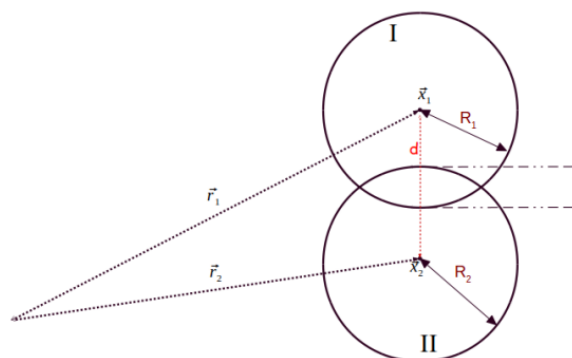
### Soft Sphere Molecular Dynamics

*Soft sphere molecular dynamics* merupakan metode klasik yang sering digunakan dalam mensimulasikan material butiran. Unit dasar dalam material butiran merupakan partikel dalam skala mesoskopik (lebih besar dari skala atom tetapi lebih kecil dari skala *bulk material*). Karena pemodelan realistis dari deformasi partikel terlalu rumit, gaya interaksi yang dapat digunakan adalah dengan menganalisis *overlap* ( $\xi$ ) dari dua partikel. Namun perlu diketahui bahwa evaluasi gaya antar partikel berdasarkan *overlap* mungkin tidak cukup baik untuk mengkalkulasi distribusi tekanan dalam partikel tak homogen.

Dalam kasus tumbukan, terdapat dua kondisi dimana dipengaruhi oleh koefisien restitusi yang dilambangkan  $e_n$ . Pada penelitian McNamara[11] diasumsikan bahwa nilai koefisien restitusi merupakan fungsi dari kecepatan relatif dari tumbukan sehingga mengakibatkan kondisi pertama yaitu tumbukan lenting sempurna (*perfectly elastic collision*) dimana nilai  $e_n = 1$ . Kondisi kedua adalah tumbukan sangat tidak lenting (*perfectly inelastic collision*) dimana nilai  $e_n = 0$ . Sedangkan nilai diantaranya merupakan tumbukan lenting sebagian atau yang kita ketahui terjadi di dunia nyata.

### Kontak Mekanik

Dasar dari fenomena tumbukan adalah terjadinya kontak mekanik antara dua atau lebih benda. Masing-masing benda memiliki gaya yang bekerja. Untuk kasus yang mudah kita dapat melihat pada tumbukan dua benda pada gerak dua dimensi. Skema tumbukan pada dua benda padat berbentuk lingkaran dapat ditunjukkan pada skema di Gambar 1



Gambar 1 Skema interaksi tumbukan antara dua partikel

dimana dapat dikatakan untuk gaya kontak adalah penjumlahan dari gaya normal dan tangensial  $F = F_n + F_t$ .  $x_1$  dan  $x_2$  merupakan posisi pusat massa pada radius  $R_1$  dan  $R_2$ . *Overlap* dari partikel dapat didefinisikan sebagai

$$\xi = \max(0, R_1 + R_2 - |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \tag{2}$$

### Gaya Normal

Pada tumbukan antar benda, ada beberapa gaya normal dan karakteristiknya. Gaya Normal yang paling sering digunakan didefinisikan sebagai

$$\vec{F}_n = -k_n \xi - \gamma_n \dot{\xi} \tag{3}$$

dimana  $\gamma_n$  adalah konstanta redaman dan  $k_n$  adalah koefisien *stiffness*  $\xi$ . Model ini (dikenal sebagai linear-spring dashpot) memiliki manfaat dimana menggunakan solusi analitik (untuk kondisi awal  $\xi_0 = 0$  dan  $\dot{\xi} = v_n^i$ ) untuk menghitung kuantiti yang penting. Untuk koefisien restitusi normalnya adalah

$$e_n = \exp\left(\frac{-\gamma_n}{2m_{eff}} t_n\right) \tag{4}$$

dimana  $m_{eff} = m_1 m_2 / m_1 + m_2$ . Kemudian persamaan (5)

$$t_n = \pi \left( \frac{k_n}{m_{eff}} - \left( \frac{\gamma_n}{2m_{eff}} \right)^2 \right)^{-1/2} \tag{5}$$

yang menunjukkan durasi ketika tumbukan. Sedangkan overlap maksimum ketika tumbukan adalah

$$\xi_{max} \leq v_n^i t_n / \pi \tag{6}$$

Terdapat beberapa perbedaan dengan eksperimen untuk menghitung parameter interaksi antar partikelnya. Parameter pada eksperimen dapat menentukan nilai konstanta redaman  $\gamma_n$  dan nilai koefisien *stiffness*  $k_n$ , namun tidak dapat menentukan nilai koefisien restitusi ( $e_n$ ) dan waktu tumbukannya ( $t_n$ ). Pada prinsipnya, gaya tidak memiliki parameter bebas. maka dari itu, dalam simulasi nilai-nilai tersebut ( $e_n$  dan  $t_n$ ) dapat ditentukan dan dimodifikasi sehingga dapat ditunjukkan nilai dari parameter eksperimen yaitu  $\gamma_n$  dan  $k_n$  [13].

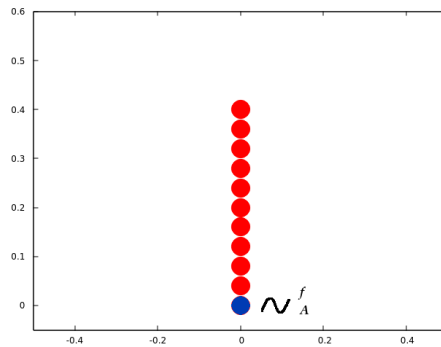
Metode Euler merupakan hasil ekspansi dari deret Taylor dengan menggunakan hanya sampai orde kedua dalam perhitungannya. Metode ini bisa dianggap sebagai metode yang paling sederhana, namun dibalik itu, hasil yang dihasilkan juga kurang memuaskan karena *error* yang dihasilkan semakin besar seiring dengan banyaknya iterasi yang dilakukan. Penentuan *time step* ( $\Delta t$ ) merupakan salah satu poin penting dalam melakukan simulasi dengan menggunakan metode Euler. Jika nilai *timestep* terlalu besar, maka perbedaan dengan nilai analitiknya akan terlalu jauh, dan jika terlalu kecil juga menghasilkan pendekatan yang tidak akurat. Pada penelitian Schafer [13] menunjukkan bahwa simulasi yang akurat membutuhkan  $\Delta t \approx t_n / 100$ , nilai tersebut yang menjadi acuan sebagai penelitian ini.

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam simulasi yang dilakukan, partikel bergerak hanya pada arah y. Pada partikel yang paling bawah bergerak dengan induksi vibrasi sinusoidal yang dibangkitkan dari program, 10 partikel bebas diletakkan di atasnya dikenai gaya gravitasi dan interaksi antar partikel. Partikel berbentuk cakram atau silinder tipis dengan diameter 2 cm. Integrasi numerik yang dilakukan menggunakan metode Euler dan simulasi dilakukan dalam 50 detik dengan  $\Delta t = 10^{-5}$ .

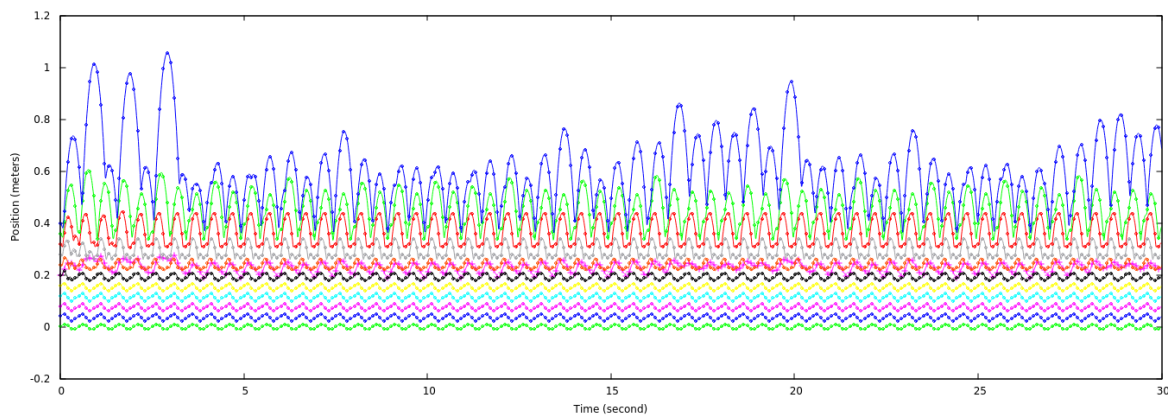
#### Simulasi Gerak Sistem Granular Satu Dimensi

Simulasi dilakukan dengan variasi amplitudo dan frekuensi. Variasi dengan nilai amplitudo dari 0,005 sampai 0,045 dengan  $\Delta A = 0,005$  dan nilai frekuensi dari 1,0 sampai 4,5 dengan  $\Delta f = 0,5$ . Simulasi dengan variasi nilai amplitudo dan frekuensi menghasilkan diagram ruang parameter untuk satu nilai koefisien restitusi, yang kemudian divariasikan lagi untuk beberapa nilai koefisien restitusi yang dibahas pada sub bab berikutnya. Pada kondisi awal partikel disusun secara vertikal dengan jarak 2R seperti Gambar 2.



Gambar 2 Kondisi awal simulasi

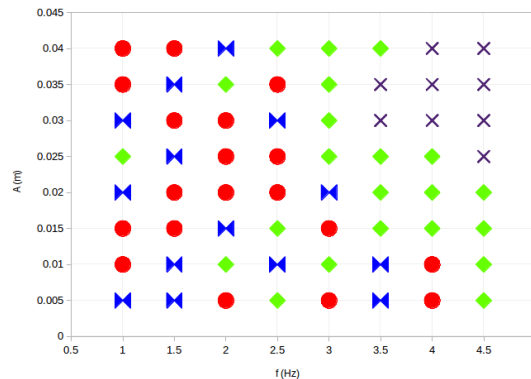
Partikel dasar bergerak dengan induksi vibrasi sinusoidal dan memberikan energi ke partikel-partikel bebas di atasnya sehingga mengakibatkan interaksi antar partikel yang kemudian gerakanya dapat dilihat pada Gambar 3



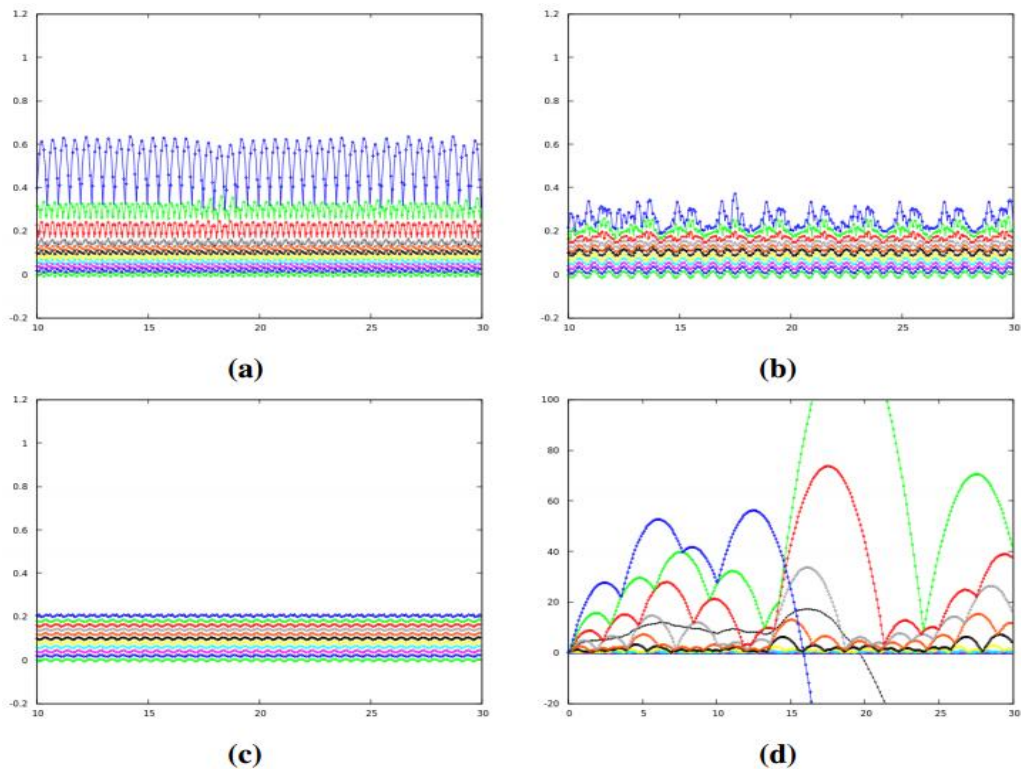
Gambar 3 Grafik posisi gerak sistem granular satu dimensi dengan partikel dasar bervibrasi ( $f=2, A=0.01$ ) dan 10 partikel bebas di atasnya.

**Analisis Sistem Granular untuk Variasi Frekuensi dan Amplitudo**

Dari data yang diperoleh telah dilihat gerak partikel paling atas (*top particle*) menunjukkan gerak yang berbeda-beda untuk tiap nilai variasi yang berbeda. Hasil dari simulasi didapatkan data untuk variasi amplitudo dan frekuensi. Untuk analisis gerak sistem granular ini digunakan nilai koefisien restitusi ( $e_n$ ) = 0.35 dimana keempat kondisi muncul dengan persentase yang tidak jauh berbeda. Dari data yang diperoleh telah dilihat gerak partikel paling atas (*top particle*) menunjukkan gerak yang berbeda-beda untuk tiap nilai variasi yang berbeda. Perbedaan tersebut dikelompokkan ke dalam empat bagian yang ditunjukkan dalam diagram ruang parameter pada Gambar 4 dan gerakanya sistemnya dijelaskan pada Gambar 5.

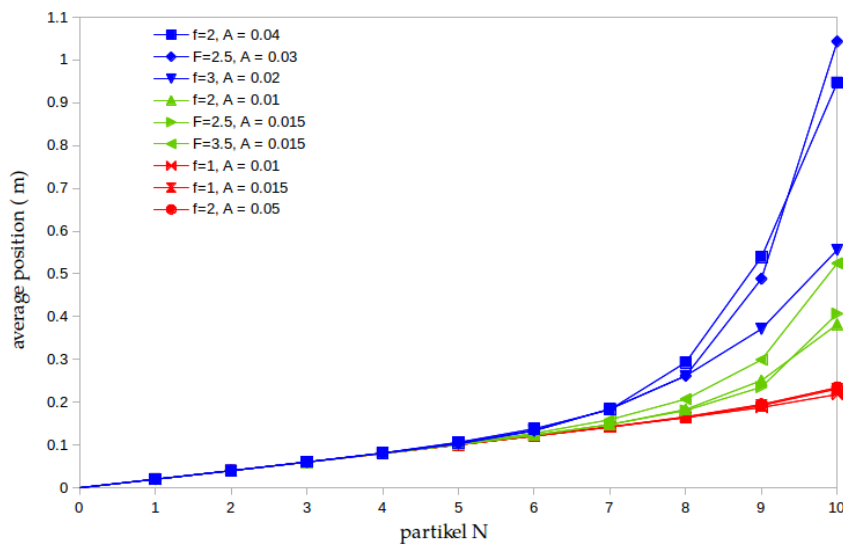


Gambar 4 Diagram ruang parameter dari gerak sistem partikel dengan berbagai nilai frekuensi dan amplitudo



Gambar 5 contoh empat kondisi pada gerak top particle pada nilai  $en = 0,4$ , (a) steady, (b) unsteady, (c) compacted, (d) failed

Setelah didapat keempat kondisi tersebut kemudian dilakukan analisis data dimana data dengan failed condition tidak lagi digunakan. Untuk tiga kondisi lain diambil masing-masing tiga sampel secara acak. Hasil dari perhitungan kemudian di plot dalam grafik partikel N terhadap rata-rata posisi tiap partikel yang ditunjukkan pada Gambar 6



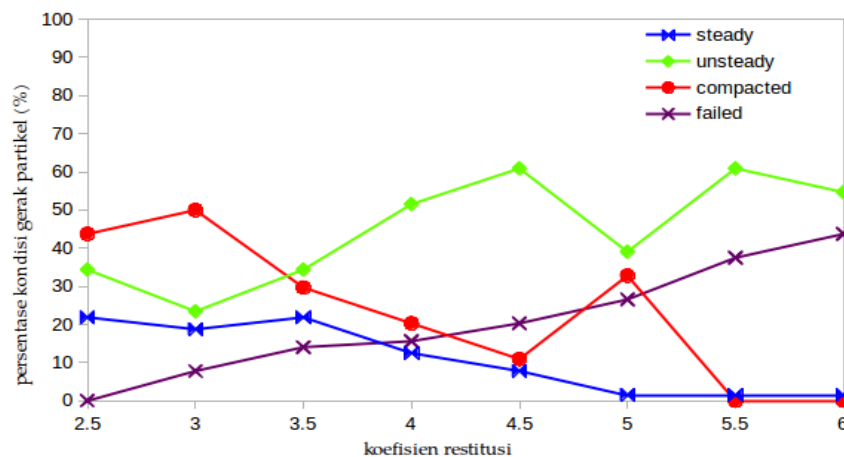
Gambar 6 Grafik hubungan posisi rata-rata terhadap tiap partikel pada rentang frekuensi dan amplitudo yang berbeda-beda.

Ditinjau dari rata-rata posisi partikel paling atas (partikel 10), sampel dengan kondisi steady ditunjukkan dengan warna biru memiliki nilai yang paling besar yaitu di atas 0,5. Untuk kondisi unsteady memiliki rentang paling banyak jika dilihat dari diagram ruang parameteranya. Sedangkan untuk kondisi compacted terjadi pada rentang frekuensi dan amplitudo yang relatif rendah, dimana pada saat itu sistem partikel bergerak dengan kecepatan rendah juga[5]. Pada kondisi compacted memiliki rata-rata posisi partikel yang

tidak jauh berbeda dengan *initial condition*nya. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa partikel N bergerak bersama-sama dengan partikel dasarnya yang bergerak dengan induksi vibrasi sinuoidal. Hal ini terjadi akibat pengaruh nilai koefisien restitusinya  $e_n$ . Dalam grafik juga dapat dilihat bahwa untuk semua rentang frekuensi dan amplitudo, partikel satu sampai lima juga dalam kondisi *compacted*, dimana dapat disimpulkan sistem pada skala ini berada pada fase *solid-liquid* [6].

### Analisis Sistem Granular untuk Variasi Nilai Koefisien Restitusi

Dalam diagram ruang parameter dapat dilihat hasil untuk beberapa kondisi gerak sistem yang ditinjau dari posisi *top partiklenya*. Simulasi yang dilakukan kemudian dikembangkan dengan memvariasikan nilai koefisien restitusi. Hasil yang didapat yaitu diagram ruang parameter untuk rentang nilai frekuensi dan amplitudo yang sama seperti simulasi sebelumnya. Untuk simulasi dengan variasi nilai koefisien restitusi dilakukan untuk nilai  $e_n$  dari 0,25 sampai 0.6 dengan  $\Delta e_n = 0,05$ .



Gambar 7 Grafik persentase kondisi sistem untuk berbagai nilai koefisien restitusi.

Dalam Gambar 6 dapat dilihat untuk kondisi *compacted* memiliki persentase paling banyak pada nilai  $e_n = 0.25$ , kemudian persentase di bawahnya adalah kondisi *unsteady*, *steady*, dan tidak ada hasil yang *failed*. Dua kondisi yang bisa teramati dengan jelas adalah kondisi *steady* dan *failed*. Seiring bertambahnya nilai koefisien restitusi, persentase kondisi *steady* akan semakin sedikit. Berbanding terbalik dengan kondisi *steady*, persentase kondisi *failed* semakin meningkat seiring dengan bertambahnya nilai koefisien restitusi. Hal ini dikarenakan semakin besar nilai koefisien restitusi, partikel akan memiliki nilai  $\gamma_n$  dan  $k_n$  yang semakin kecil dan menunjukkan bahwa partikel memiliki koefisien *stiffness* dan redaman yang lebih kecil (*rigid*).

### KESIMPULAN

Gerak sistem partikel granular telah dilakukan dengan menggunakan simulasi pada gerak satu dimensi dengan partikel dasar yang diinduksi vibrasi satu dimensi. Untuk nilai  $e_n = 0,35$  didapatkan diagram ruang parameter dimana telah gerak dilihat dari partikel paling atas (*top particle*) dan dikelompokkan menjadi empat kondisi, yaitu *steady*, *unsteady*, *compacted*, dan *failed*. Partikel satu sampai lima selalu bergerak bersamaan atau dalam kondisi kompaksi dimana dapat dikatakan sistem pada skala tersebut berada pada fase *solid-liquid*. Untuk variasi nilai  $e_n$  menunjukkan bahwa semakin tinggi nilai  $e_n$  mengakibatkan semakin tinggi persentase kondisi *failed* dan semakin rata distribusi pada keadaan *unsteady*.

### REFERENSI

1. Alder, B.J. dan Wainwright, T.E. (1957): *Phase Transition for a Hard Sphere System*. Journal of Chemical Physics, AIP, 27, 1208.
2. Alexeev, A., Goldshtein, A., dan Shapiro, M. (2002): *The Liquid and Solid states of Highly Dissipative Vibrated Granular Columns: One Dimensional Computer Simulations*. Powder Technology, Elsevier, 123, 83-104.



3. Allen, M.P. dan Tildelsey, D.J. (1989): *Computer Simulation of Liquids*, Clarendon Press: Oxford. Chapter 1, 5.
4. Bak, Per. (1996): *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*, Springer Science + Business Media New York.
5. Ben-Naim, E., Knight, J.B., Nowakc, E.R., Jaeger, H.M., dan Nagel, S.R. (1998): *Slow relaxation in granular compaction*. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Elsevier, 123, Issues 1–4, 380-385.
6. Favrie, N., Gavriluk, S.L., Saurel, R. (2009): *Solid–fluid diffuse interface model in cases of extreme deformations*. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, 228, 6037–6077.
7. Fowles, G. (1997): *Analytical Mechanics: Third edition*. Holt, Rinehart and Winston. New York NY.
8. Jaeger, H.M., Nagel, S.R., dan Behringer, R.P. (1996): *The Physics of Granular Materials*, April, *Physics Today*, American Institute of Physics, 32.
9. Luding, Stefan. (2008): *Introduction to Granular Physics and Modeling Methods*, Universiteit Twente , NL, 9.
10. Martinez, HAP. (2013): *Cooperative Effects in Vibrated Granular Systems*, PhD Thesis, University of Nottingham, UK. 1-6.
11. McNamara, S. dan Young, W.R. (1991): *Inelastic Collapse and Clumping in A One-Dimensional Granular Medium*. *Physics Fluids A*, AIP, 4, 3.
12. McNamara, S. dan Young, W.R. (1992): *Kinetics of a one-dimensional granular medium in the quasielastic limit*. *Physics Fluids A*, AIP, 5-1.
13. Schäfer, J., Dippel, S., dan Wolf, D. (1996): *Force Schemes in Simulations of Granular Materials*. *Journal de Physique I*, EDP Sciences, HAL, 6-1, 5-20.
14. Wang, H.-Q., Jin, G.-J., dan Ma, Y.-Q..(2003): *Simulation Study on Kinetic Temperatures of Vibrated Binary Granular Mixtures*. *Physical Review E*, The American Physical Society, 68-031301, 1-6.