# Lokalisasi Medan Skalar dan Medan Vektor yang Terkopel dengan Gravitasi secara Nonminimal pada Braneworld Model Randall-Sundrum

Dewi Wulandari[1,2,a)], Triyanta[1,b)], Jusak S. Kosasih[1,c)]

[1]Laboratorium Fisika Teoretik,
Kelompok Keilmuan Fisika Teoretik Energi Tinggi dan Instrumentasi,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

[2]Jurusan Fisika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan,
Jl. Willem Iskandar Pasar V Medan, Indonesia, 20221

a) wulandaridewi@unimed.ac.id
b) triyanta@fi.itb.ac.id
c) jusak@fi.itb.ac.id

**Abstrak**

*Studi mengenai sifat lokalisasi medan skalar dan medan vektor yang terkopel dengan gravitasi secara nonminimal pada model braneword lima dimensi dengan metrik Randall-Sundrum telah dilakukan. Analisis lokalisasi medan skalar dan medan vektor dilakukan untuk kasus modus tak bermassa. Medan skalar tak bermassa dapat terlokalisasi untuk kasus decreasing warp factor dengan mensyaratkan nilai konstanta kopling tertentu sedangkan medan vektor tak bermassa tidak dapat terlokalisasi pada brane.*

*Kata-kata kunci: Randall-Sundrum, lokalisasi medan skala-vektor, braneworld, nonminimal coupling*

## PENDAHULUAN

Keterbaruan dari eksplorasi suku *nonminimal coupling* medan skalar dengan gravitasi telah diusulkan. Salah satu motivasi umum dari studi kopling tak minimal pada teori medan skalar adalah bahwa interaksi kopling tak minimal merupakan sebuah alternatif dari *dark energy*, hal ini berkaitan dengan percepatan pengembangan alam semesta sebagai kontribusi dari suku kopling tak minimal dari medan skalar dengan tensor kelengkungan. Pada teori sebelumnya, menunjukkan adanya suku potensial yang berkontribusi terhadap pengembangan alam semesta, tetapi studi berikutnya menunjukkan sebuah kopling tak minimal pada suku kinetik dari medan skalar ternyata memiliki andil untuk proses inflasioner. Suku nonminimal yang muncul ini merupakan sesuatu yang penting dan berdasarkan data kosmologi, melalui model ΛCDM [1,2] skenario ini ternyata menghasilkan kesuksesan dalam menjelaskan fenomena percepatan pengembangan alam semesta.

Karakteristik yang paling penting dari pengembangan alam semesta adalah keberadaan medan skalar sebagai subjek pada *slow-roll regime*, yaitu daerah dimana suku kinetik dari medan scalar cukup kecil jika dibandingkan suku potensialnya. Alam semesta mengalami tahapan inflasioner pada *slow-roll regime* dan proses inflasi akan berhenti ketika besarnya suku kinetik sebanding dengan suku potensialnya. Secara umum model inflasioner cukup berhasil untuk teori medan skalar dan studi lebih lanjut memfokuskan sejumlah penelitian untuk menyelidiki model inflasioner untuk medan vektor.

Studi berikut ini akan menganalisis sifat lokalisasi medan skalar dan medan vektor yang terkopling secara tak minimal dengan gravitasi pada braneworld model Randall-Sundrum. Menurut skenario *braneworld*, partikel-partikel model standar yang diinterpretasikan dengan medan materi (skalar, vektor dan spinor) hidup dan terkurung (terlokalisasi) pada *brane* dan graviton berpropagasi dalam *bulk*. Dalam studi berikut ini, suku tak minimal tidak muncul pada suku kinetik (suku yang mengandung turunan dari medan skalar/vektor yang terkopel dengan tensor Ricci atau scalar Ricci) tetapi muncul sebagai suku kopling tak minimal dari medan skalar/vektor dengan gravitasi. Rumusan aksi yang secara eksplisit melibatkan kopling antara medan skalar/vektor dengan skalar Ricci merepresentasikan bahwa medan fundamental tersebut terkopling dengan gravitasi secara tak minimal.

## LOKALISASI MEDAN SKLAR DAN MEDAN VEKTOR

Metrik dimensi-lima dalam model RS [3] dirumuskan sebagai berikut:

$$ds^2 = a^2\left(x^5\right)\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dx^5 dx^5, \tag{1}$$

dengan $a(x^5) = a(y) = e^{-k|y|}$ adalah faktor kelengkungan (*warp factor*) yang memiliki derajat kebebasan *k* yang dapat bernilai positif (*decreasing warp factor*) dan *k* yang dapat bernilai negatif (*increasing warp factor*) untuk menyelidiki sifat lokalisasi suatu medan dan $\eta_{\mu\nu} = diag(1,-1,-1,-1)$ adalah metrik ruang-waktu Minkowski dimensi-empat.

**1). Medan Skalar**

Aksi dari medan skalar tak bermassa yang terkopel dengan gravitasi secara nonminimal di dalam branewolrd dimensi-lima dirumuskan sebagai berikut

$$S = \int d^5x\sqrt{g}\left[\partial_M\Phi^*\partial^M\Phi + \xi R\Phi^*\Phi\right], \tag{2}$$

Dimana *g* adalah determinan dari metrik model RS, ξ adalah konstanta kopling dan *R* adalah s*calar Ricci* dari metrik RS, $R = -20k^2 + 16k\delta(y)$. Dengan mendekomposisi medan skalar dimensi-lima dalam komponen dimensi-empat dan dimensi ekstra menurut $\Phi = \varphi\left(x^\mu\right)\chi\left(x^5\right)$ maka fungsi aksi (2) dapat dijabarkan sebagai berikut

$$S = \int_0^\infty dya^2(y)\chi^*\chi\eta^{\mu\nu}\int d^4x\partial_\mu\varphi^*\partial_\nu\varphi - \int_0^\infty dya^4(y)\partial_y\chi^*\partial_y\chi\int d^4x\varphi^*\varphi$$
$$+\xi\int_0^\infty dy\left[-20k^2 + 16k\delta(y)\right]a^4(y)\chi^*\chi\int d^4x\varphi^*\varphi \tag{3}$$

Dari persamaan (3) dengan memberlakukan $\varphi(x^\mu)$ seperti medan skalar dimensi-empat bermassa *m* maka medan skalar Φ dapat terlokalisasi pada brane jika fungsi aksi dari medan pada ruang-waktu berdimensi ekstra (dimensi-5 dalam kasus ini) ekivalen dengan fungsi aksi bagi medan skalar $\varphi(x^\mu)$ dalam teori standar dimensi-4. Ini berarti lokalisasi medan terjamin apabila kondisi lokalisasi berikut ini dipenuhi:

$$\int_0^\infty dy\sqrt{g}g^{\mu\nu}\chi^*\chi = \int_0^\infty dya^2(y)\eta^{\mu\nu}\chi^*\chi = \eta^{\mu\nu} \tag{4}$$

$$\int_0^\infty dy\sqrt{g}g^{yy}\partial_y\chi^*\partial_y\chi+\xi\int_0^\infty dy\left[-20k^2+16k\delta(y)\right]a^4(y)\chi^*\chi=-m^2. \tag{5}$$

Persamaan medan skalar dapat diperoleh dari prinsip aksi terkecil dengan memvariasikan fungsi aksi terhadap *Φ*, sehingga diperoleh persamaan medan skalar:

$$-\partial_M\left(\sqrt{g}g^{MN}\right)\partial_N\Phi-\sqrt{g}g^{MN}\partial_M\partial_N\Phi+\sqrt{g}\xi R\Phi=0. \tag{6}$$

Dari metrik model RS (1), diperoleh $g=a^8(y),\sqrt{g}=a^4(y),\sqrt{g}g^{\mu\nu}=a^2\eta^{\mu\nu}$ dan $\sqrt{g}g^{55}=-a^4(y)$ dan dengan mendekomposisi $\Phi=\varphi(x^\mu)\chi(x^5)$ maka persamaan medan skalar (6) menjadi:

$$\frac{1}{\varphi}\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\varphi+\frac{4k}{\chi}a^2(y)\partial_5\chi-\frac{1}{\chi}a^2(y)\partial_5\partial_5\chi-a^2(y)\xi R=0 \tag{7}$$

Hanya suku pertama dari persamaan (7) yang tidak bergantung pada koordinat-*y* dan $\frac{1}{\varphi}\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\varphi$ merupakan suku kuadrat massa $m^2$. Dengan demikian persamaan medan skalar menjadi:

$$-e^{2ky}m^2\chi+4k\frac{\partial\chi}{\partial y}-\frac{\partial^2\chi}{\partial y^2}+20k^2\xi\chi-16k\xi\delta(y)\chi=0 \tag{8}$$

Dengan menggunakan transformasi Laplace untuk modus tak bermassa, *m=0* maka akan diperoleh solusi persamaan:

$$\chi(y)=b_0e^{-2ky}\cosh\left(2ky\sqrt{1+5\xi}\right)+c_0e^{-2ky}\sinh\left(2ky\sqrt{1+5\xi}\right), \tag{9}$$

dengan

$$b_0=\chi(r),\,c_0=\chi(0)\frac{\chi'(0)/\chi(0)-2k-16k\xi}{2k\sqrt{1+5\xi}}$$

Jika dipilih $b_0$ dan $c_0$ adalah konstanta riil, maka persamaan (9) membuat kondisi (4) menjadi

$$\left(b_0^2+c_0^2\right)\left(\frac{3}{5-20\xi}\right)+\left(b_0^2-c_0^2\right)\frac{1}{3}+2b_0c_0\left(\frac{2\sqrt{1+5\xi}}{5-20\xi}\right)=4, \tag{10}$$

dan kondisi (5) menjadi

$$\begin{aligned}m^2=0=&\frac{1}{4}\left(b_0^2+c_0^2\right)\left(\frac{1}{4k(3-5\xi)}\right)-\frac{1}{4}\left(b_0^2-c_0^2\right)5\xi k+\frac{1}{2}b_0c_0\left(\frac{(-2+5\xi)\sqrt{1+5\xi}}{8k(3-5\xi)}\right),\\&+\xi5k^2\left(\left(b_0^2+c_0^2\right)\left(\frac{1}{k(3-5\xi)}\right)+\left(b_0^2-c_0^2\right)\frac{1}{4k}+2b_0c_0\left(\frac{\sqrt{1+5\xi}}{2k(3-5\xi)}\right)\right)-\xi16kb_0^2,\end{aligned} \tag{11}$$

Substitusi persamaan (10) ke dalam persamaan (11) membuat ruas kanan dari persamaan (11) dapat dituliskan dalam satu konstanta $b_0$ saja atau $c_0$ saja. Namun ungkapannya cukup rumit sehingga analisis mungkin tidaknya ruas kanan dari persamaan (11) sama dengan nol tidak mudah. Untungnya kasus khusus $c_0=0$ yang membuat persamaan (11) menjadi sederhana sudah dapat menunjukkan dimungkinkannya lokalissi terjadi. Pada kasus ini persamaan (11) menjadi:

$$0 = \frac{1}{4} b_0^2 \left( \frac{1}{4k(3-5\xi)} + \frac{80\xi k^2}{4k(3-5\xi)} - \frac{64\xi k}{4k(3-5\xi)} \right), \tag{12}$$

yang artinya pada kasus $c_0$=0 dan

$$k = \frac{64\xi}{80\xi} \pm \frac{1}{80\xi} \sqrt{(64\xi)^2 - 320\xi} \rangle 0, \tag{13}$$

medan skalar tak bermassa terlokalisasi pada *brane*. Di sini *warping factor* menurun (*decreasing*) terhadap *y*. Dapat dibuktikan bahwa lokalisasi juga terjadi untuk kasus $b_0=0$ dengan $k = 1 / \sqrt{80|\xi|}$ (*warping factor* menurun) dan $k = -1 / \sqrt{80|\xi|}$ *warping factor* menaik).

**2. Medan Vektor**

Aksi medan vektor yang terkopel dengan gravitasi secara nonminimal coupling:

$$S = \int d^5 x \sqrt{g} \left[ -\frac{1}{4} F_{MR} g^{MN} g^{RS} F_{NS} + \lambda R A_M g^{MN} A_N \right], \tag{14}$$

$F_{MR}$ adalah tensor kuat medan atau tensor Faraday dimensi-lima, [3] $F_{MR} = \partial_M A_R - \partial_R A_M$ dengan $A_M = (A_5, A_\mu(x^\mu)) = (A_y, a_\mu(x^\mu) c(y))$ dan $A_M$ adalah medan vektor gauge boson dimensi-lima dengan $A_5 = A_y$ = konstanta, dan λ adalah konstanta kopling. Dekomposisi aksi di atas dalam komponen dimensi empat dan komponen dimensi ekstra, maka diperoleh:

$$S = \int_0^\infty dy c^2(y) \left( -\frac{1}{4} \right) \int d^4 x f_{\mu\rho} f^{\mu\rho} - 2 \int_0^\infty dy a^2(y) (\partial_y c(y))^2 \left( -\frac{1}{4} \right) \int d^4 x a_\mu(x^\nu) a^\mu(x^\nu),$$

$$+ \int_0^\infty dy a^2(y) c^2(y) \lambda R \int d^4 x a_\mu(x^\nu) a^\mu(x^\nu) - \int_0^\infty dy a^4(y) \lambda R \int d^4 x A_5 A_5, \tag{15}$$

Medan vektor akan terlokalisasi pada brane jika integral terhadap koordinat dimensi kelima (*y*) dari persamaan di atas berhingga (terdefenisi nilainya), sehingga diperoleh kondisi lokalisasi $A_5 = 0$ dan berikut ini:

$$\int_0^\infty dy c^2(y) = 1, \tag{16}$$

$$\frac{1}{2} \int_0^\infty dy a^2(y) (\partial_y c(y))^2 + \int_0^\infty dy a^2(y) c^2(y) \lambda \left( -20k^2 + 16k\delta(y) \right) = \frac{1}{2} m_A^2, \tag{17}$$

Langkah berikutnya adalah mendapatkan solusi persamaan medan vektor untuk komponen dimensi ekstranya. Persamaan medan vektor yang terkopel dengan gravitasi secara nonminimal:

$$-\partial_P\left(\sqrt{g}\,g^{PS}g^{MN}F_{SN}\right)-2\sqrt{g}\,\lambda RA^M=0\,. \tag{18}$$

Dekomposisi persamaan medan vektor tersebut ke dalam komponen dimensi-empat dan dimensi ekstra dengan, maka untuk *M=5*, diperoleh persamaan medan vektor:

$$0=c(y)\partial_\mu\left(\sqrt{g}\,g^{\mu\nu}g^{5\alpha}f_{\nu\alpha}\right)+\partial_5\left(\sqrt{g}\,g^{55}g^{5\alpha}a_\alpha\left(x^\mu\right)\partial_y c(y)\right)+2g^{5\alpha}\sqrt{g}\,\lambda RA_\alpha+2g^{55}\sqrt{g}\,\lambda RA_5\,. \tag{19a}$$

Dari persamaan (19a), diperoleh $A_5=0$. Persamaan medan vektor untuk M=0,1,2,3:

$$0=c(y)\partial_\mu\left(f^{\mu\alpha}\right)-\partial_5\left(a^2(y)a_\alpha\left(x^\mu\right)\partial_y c(y)\right)+2a^2(y)c(y)\lambda Ra_\alpha\left(x^\mu\right). \tag{19b}$$

Persamaan (19b) dapat diselesaikan dengan *gauge fixing* $\partial_\mu\left(f^{\mu\alpha}\right)=0$ dan dengan melakukan transformasi laplace, maka diperoleh solusi sebagai berikut:

$$c(y)=b_1e^{\left(k+\sqrt{k^2-40\lambda k^2}\right)y}+c_1e^{\left(k-\sqrt{k^2-40\lambda k^2}\right)y}. \tag{20}$$

Dari kondisi lokalisasi (16) untuk *decreasing warp factor*, diperoleh $b_1=0$ dan $c_1^2=2k(\sqrt{1-40\lambda}-1)$. Kondisi lokalisasi (17), memberikan besaran massa sebagai berikut:

$$m_A^2=\left(-k\left(\sqrt{1-40\lambda}-1\right)\right)^2\frac{2k\left(\sqrt{1-40\lambda}-1\right)}{2k\sqrt{1-40\lambda}}+2\left(\frac{-10k\lambda c_1^2}{2\sqrt{1-40\lambda}}+16k\lambda c_1^2\right). \tag{21}$$

Untuk kasus k<0 (*increasing warp factor*), kondisi lokalisasi (16) akan memberikan $c_1=0$ dan $b_1^2=2|k|\left(\sqrt{1-40\lambda}+1\right)$. Dan kondisi lokalisasi (17) akan memberikan:

$$m_A^2=\left(-|k|\left(\sqrt{1-40\lambda}+1\right)\right)^2\frac{2|k|\left(\sqrt{1-40\lambda}+1\right)}{2|k|\sqrt{1-40\lambda}}+2\left(\frac{-10|k|\lambda b_1^2}{2\sqrt{1-40\lambda}}-16|k|\lambda b_1^2\right). \tag{22}$$

Anaisis sifat lokliasasi medan vector untuk kasus *decreasing warp factor* (*k>0*) dan *increasing warp factor* (*k<0*) memberikan nilai suku massa, yang menyebabkan tidak konsisten dengan kondisi *m=0* (medan vektor yang ditinjau adalah medan vektor tak bermassa). Dengan kata lain medan vektor tak bermassa yang terkopel dengan gravitasi secara nonminimal coupling tidak terlokalisasi pada brane baik untuk *decreasing warp factor* maupun *increasing warp factor*.

## KESIMPULAN

Studi sifat lokalisasi medan skalar dan medan vektor yang terkopel dengan gravitasi secara nonminimal pada model Randall-Sundrum memberikan hasil sebagai berikut:

Solusi persamaan medan skalar untuk komponen dimensi ekstra diperoleh untuk kasus medan tak bermassa, *m=0* (*massless mode*), persamaan (9). Dari kondisi lokalisasi (5), hasil analisis lokalisasi medan skalar tak bermassa untuk *decreasing warp factor* memberikan nilai suku massa yang nol jika $c_0=0$ dan nilai konstanta *k* pada persamaan (13). Analisis lebih lanjut ternayata medan skalar tidak bermassa juga dapat terlokalissi pada brane model RS jika $b_0=0$ $k=1/\sqrt{80|\xi|}$ (*warping factor* menurun) dan $k=-1/\sqrt{80|\xi|}$ (*warping factor* menaik).

Hasil analisis lokalisasi untuk medan vektor tak bermassa tidak dapat terlokalisasi baik untuk untuk *decreasing warp factor* maupun *increasing warp factor*.

**Ucapan Terimakasih**

DW mengucapkan terima kasih atas dukungan Beasiswa DIKTI pada penelitian ini. Riset ini didanai oleh hibah penelitian kompetitif nasional 2016

**Referensi**

1. V. Faraoni, Phys. Rev. D53 6813 (1996)
2. B. A. Bassett, S. Tsujikawa and D. Wands, Rev. Mod. Phys. 78, 537 (2006).
3. Jones P., Singleton D., Triyanta, Phys. Rev. D 88, 025048 (2013).
4. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, 345 (1961).
5. Lewis H. Ryder, *Quantum Field Theory*, Cambridge University Press.
6. M. Gogberashvili, Mod. Phys. Lett. A 14, 2025 (1999).
7. M. Gogberashvili, Europhys. Lett. 49, 396 (2000).
8. L. Randall and R. Sundrum, Phys.Rev.Lett.83, 4690 (1999).
9. N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, and N. Kaloper, Phys. Rev. Lett. 84, 586 (2000).
10. Triyanta, D. Singleton, P. Jones, G. Munoz, AIP Conference Proceedings 1617, 96 (2014).
11. D. Wulandari, Triyanta, Jusak S. Kosasih, D. Singleton AIP Conference Proceedings 1677, 040003 (2015).