

# Pemodelan Transmittansi Elektron bergantung Spin pada Heterostruktur Berpenghalang Tunggal dengan Menggunakan Metode Analitik dan Numerik

Tisa I. Ariani<sup>a)</sup>, Hantika Mardianti, Fatimah A. Noor<sup>b)</sup>, Khairurrijal

Kelompok Keilmuan Fisika Material Elektronik, Program Studi Fisika,  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,  
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

<sup>a)</sup> tistiqomahariani@gmail.com

<sup>b)</sup> fatimah@fi.itb.ac.id (corresponding author)

## Abstrak

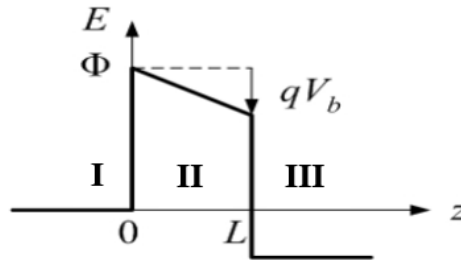
*Pada makalah ini telah dihitung transmittansi elektron bergantung spin pada semikonduktor heterostruktur berpenghalang tunggal dengan menggunakan metode analitik dan numerik. Pendekatan fungsi gelombang eksponensial dan fungsi gelombang Airy digunakan sebagai metode analitik. Dan metode transfer matriks, digunakan sebagai metode numerik untuk mengetahui metode analitik terbaik dalam menghitung transmittansi. Dalam makalah ini, perhitungan transmittansi elektron dilakukan dalam kondisi saat diberikan tegangan bias (potensial trapezoid). Dari hasil perhitungan diperoleh bahwa transmittansi yang dihitung dengan menggunakan pendekatan fungsi gelombang Airy cocok dengan yang dihitung dengan metode transfer matriks. Hal ini menunjukkan bahwa pendekatan fungsi gelombang Airy adalah metode analitik terbaik untuk menghitung transmittansi elektron bergantung spin pada heterostruktur.*

*Kata-kata kunci: Airy, eksponensial, heterostruktur, matriks transfer, spin elektron, transmittansi.*

## PENDAHULUAN

Model potensial untuk pemodelan transmittansi elektron bergantung spin pada heterostruktur berpenghalang tunggal terlihat seperti gambar dibawah. Pada heterostruktur, jenis material di tiap daerah turut menentukan distribusi potensial listrik. Heterostruktur yang digunakan tersusun dari tiga daerah, dimana material di daerah I sama dengan material di daerah III yaitu berupa logam dan material di daerah II adalah semikonduktor dengan struktur *zinc-blende*, dalam studi ini digunakan AlSb, sebagai penghalang potensial dengan lebar  $L$ . Jika heterostruktur diberi tegangan listrik eksternal  $V_b$ , distribusi potensial berbentuk trapezoid, dengan  $\phi$  adalah tinggi potensial, dan  $q$  adalah muatan elektron.

Elektron berpeluang untuk berpindah dari daerah I ke daerah III meskipun elektron tersebut memiliki energi yang lebih rendah dari tinggi penghalang potensial, dengan catatan fungsi gelombang elektron tidak bernilai sama dengan nol. Proses perpindahan elektron yang melewati penghalang potensial disebut dengan efek terobosan kuantum.



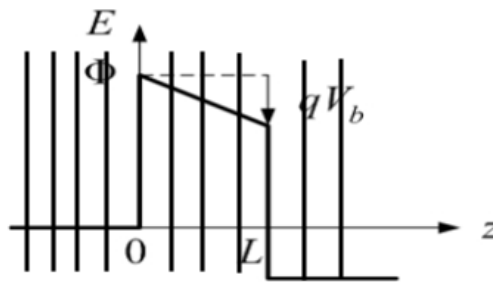
Gambar 1. Model potensial transmitansi elektron

Pada makalah ini, kami melakukan perhitungan transmitansi elektron bergantung spin dengan metoda numerik yaitu matriks transfer, dan metoda analitik yaitu dengan menggunakan fungsi eksponensial dan fungsi Airy. Metoda matriks transfer digunakan sebagai solusi eksak dalam pembandingan hasil perhitungan. Solusi dari fungsi eksponensial dan fungsi Airy akan kemudian dibandingkan dengan solusi matriks transfer agar diperoleh metoda analitik yang terbaik untuk menghitung transmitansi elektron bergantung spin.

## TRANSMITANSI ELEKTRON BERGANTUNG SPIN

### Metoda Matriks Transfer

Misalkan model potensial dibagi menjadi N buah segmen seperti gambar di bawah. Setiap segmen memiliki nilai potensial yang tetap.



Gambar 2. Profil potensial dengan N segmen

Solusi umum persamaan Schrodinger dalam kasus ini adalah

$$\varphi_1 = \exp(i k_{1\pm}z) + B_{1\pm} \exp(-ik_{1\pm}z), \tag{1}$$

$$\varphi_j = A_{j\pm} \exp(i k_{j\pm}z) + B_{j\pm} \exp(-ik_{j\pm}z); j = 2 \text{ sampai } N - 1 \tag{2}$$

$$\varphi_N = A_{N\pm} \exp(i k_{N\pm}z) \tag{3}$$

dengan  $A_j$  dan  $B_j$  adalah konstanta. Untuk memudahkan perhitungan, nilai  $A_1$  ditetapkan sama dengan satu dan nilai konstanta  $B_N$  sama dengan nol, dikarenakan tidak ada gelombang yang dipantulkan pada segmen terakhir. Solusi harus memenuhi syarat kontinuitas di bidang batas antarmuka segmen. Dari penerapan syarat tersebut, diperoleh koefisien transmisi elektron yaitu

$$t = A_{N\pm}. \tag{4}$$

Transmitansi diperoleh dengan mengalikan koefisien transmisi dengan konjugatnya,

$$t = t x t^*. \tag{5}$$

### Metoda Eksponensial

Solusi dari persamaan Schrodinger berbasis fungsi eksponensial adalah

$$\varphi(z) = \begin{cases} \exp(ik_{1\pm}z) + r_{\pm} \exp(-ik_{1\pm}z), & \text{daerah I} & (6) \\ A_{\pm} \exp\left(\int_0^z (k_{2\pm}(z') dz')\right) + B_{\pm} \exp\left(-\int_0^z (k_{2\pm}(z') dz')\right), & \text{daerah II} & (7) \\ t_{\pm} \exp(ik_{3\pm}z), & \text{daerah III} & (8) \end{cases}$$

dengan

$$k_{1\pm} = \sqrt{\frac{2m_{1\pm}^* E_{z\pm}}{\hbar^2}}, \tag{9}$$

$$k_{2\pm} = \sqrt{\frac{2m_{2\pm}^*}{\hbar^2} \left(\phi - \frac{qVz}{L}\right)}, \tag{10}$$

$$k_{3\pm} = \sqrt{\frac{2m_{3\pm}^* (E_{z\pm} + qV_e)}{\hbar^2}}. \tag{11}$$

Solusi tersebut harus memenuhi syarat batas dan kontinuitas. Dari penerapan syarat-syarat tersebut, diperoleh koefisien transmisi yaitu

$$t_{\pm} = \frac{2k_{1\pm}k_{2\pm} \left(2k_{1\pm}k_{2\pm} \cosh u + i \left(\frac{m_{2\pm}^*}{m_{1\pm}^*} k_{1\pm}^2 - \frac{m_{1\pm}^*}{m_{2\pm}^*} k_{2\pm}^2\right) \sinh u\right)}{\left(2k_{1\pm}k_{2\pm} \cosh u\right)^2 + \left(\left(\frac{m_{2\pm}^*}{m_{1\pm}^*} k_{1\pm}^2 - \frac{m_{1\pm}^*}{m_{2\pm}^*} k_{2\pm}^2\right) \sinh u\right)^2}. \tag{12}$$

**Metoda Airy**

Fungsi Airy adalah solusi dari sebuah persamaan diferensial berbentuk [1]

$$\frac{d^2y}{dx^2} - xy = 0, \tag{13}$$

yang memiliki solusi

$$y = a \text{Ai}(x) + b \text{Bi}(x). \tag{14}$$

dengan a dan b merupakan konstanta bergantung syarat batas, serta Ai(x) dan Bi(x) merupakan fungsi Airy jenis pertama dan kedua.

Solusi dari persamaan Schrodinger dapat diperoleh dengan menggunakan fungsi Airy apabila persamaan Schrodinger tersebut dapat ditransformasikan menjadi bentuk Persamaan (13). Solusi yang didapatkan adalah

$$\varphi(z) = \begin{cases} \exp(ik_{1\pm}z) + r_{\pm} \exp(-ik_{1\pm}z), & \text{daerah I} & (15) \\ a_{\pm} \text{Ai}(u_{\pm}(z)) + b_{\pm} \text{Bi}(u_{\pm}(z)), & \text{daerah II} & (16) \\ t_{\pm} \exp(ik_{3\pm}z), & \text{daerah III} & (17) \end{cases}$$

dengan

$$k_{1\pm} = \sqrt{\frac{2m_{1\pm}^* E_{z\pm}}{\hbar^2}}, \tag{18}$$

$$k_{3\pm} = \sqrt{\frac{2m_{3\pm}^* (E_{z\pm} + qV_e)}{\hbar^2}}. \tag{19}$$

Kemudian, dengan menerapkan syarat batas dan kontinuitas diperoleh koefisien transmisi

$$t_{\pm} = \frac{2 \frac{ik_{1\pm}}{m_{1\pm}^*} \exp(-ik_{3\pm}L) f_{1\pm}}{\frac{1}{m_{2\pm}^*} \left(\frac{2m_{2\pm}^* + qV_b}{\hbar^2 L}\right)^{1/3} f_{2\pm} + c f_{3\pm} + c_1 f_{4\pm} + c c_1 f_{5\pm} \frac{1}{m_{2\pm}^*} \left(\frac{2m_{2\pm}^* + qV_b}{\hbar^2 L}\right)^{-1/3}}, \tag{20}$$

dengan

$$c = \frac{ik_{1\pm}}{m_{1\pm}^*}, \tag{21}$$

$$c_1 = \frac{ik_{3\pm}}{m_{3\pm}^*}, \tag{22}$$

$$f_{1\pm} = Ai(u_{\pm}(L))Bi'(u_{\pm}(L)) - Bi(u_{\pm}(L))Ai'(u_{\pm}(L)), \tag{23}$$

$$f_{2\pm} = Ai'(u_{\pm}(0))Bi'(u_{\pm}(L)) - Bi'(u_{\pm}(0))Ai'(u_{\pm}(L)), \tag{24}$$

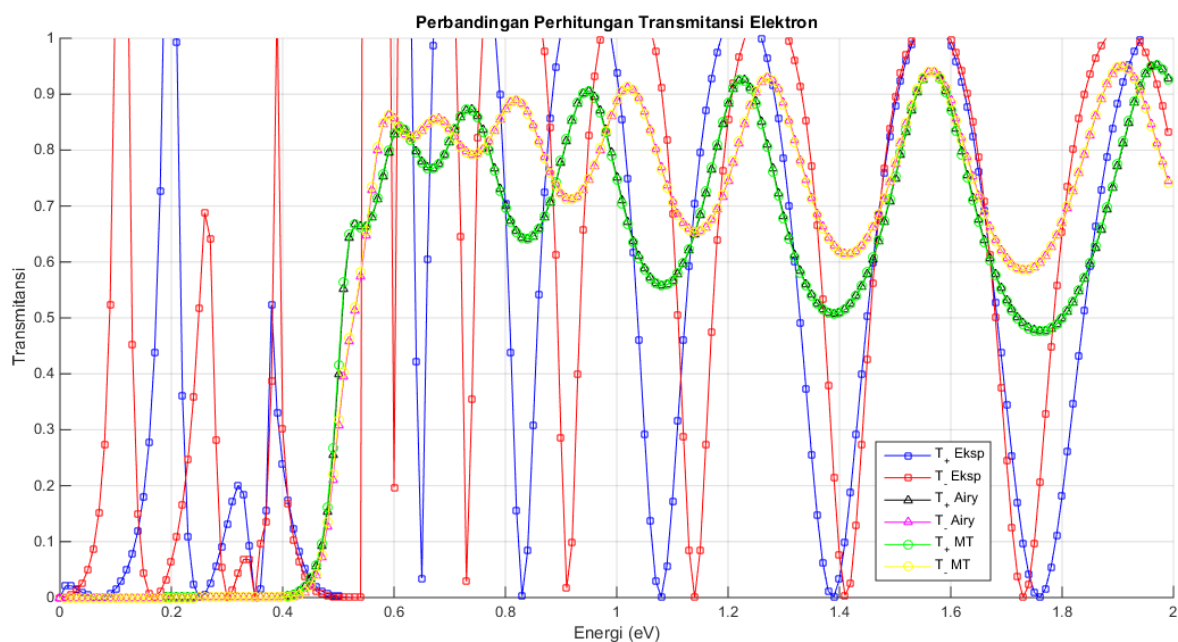
$$f_{3\pm} = Ai(u_{\pm}(0))Bi'(u_{\pm}(L)) - Bi(u_{\pm}(0))Ai'(u_{\pm}(L)), \tag{25}$$

$$f_{4\pm} = Ai(u_{\pm}(L))Bi'(u_{\pm}(0)) - Bi(u_{\pm}(L))Ai'(u_{\pm}(0)), \tag{26}$$

$$f_{5\pm} = Ai(u_{\pm}(L))Bi(u_{\pm}(0)) - Bi(u_{\pm}(L))Ai(u_{\pm}(0)). \tag{27}$$

### HASIL PERHITUNGAN

Perhitungan transmitansi elektron untuk berbagai macam metoda dilakukan dengan menggunakan software MATLAB. Parameter yang digunakan adalah massa efektif  $m^*$  AISb 0.14 kali massa elektron diam [2], konstanta Dresselhaus  $\tau$  41.5 meVÅ[2], tinggi penghalang  $\phi$  0.55 eV[3], tegangan bias  $V_b$  0.2 eV, dan lebar penghalang  $L$  10 nm. Hasil perhitungan transmitansi elektron bergantung spin untuk berbagai metoda diberikan pada gambar berikut.



Gambar 3. Perbandingan hasil perhitungan transmitansi elektron

Hasil perhitungan dengan menggunakan fungsi eksponensial menunjukkan adanya nilai transmitansi yang lebih dari satu dan terjadi penyimpangan yang cukup jauh dari solusi matriks transfer, hal ini menunjukkan bahwa solusi eksponensial kurang tepat untuk digunakan pada kasus penghalang trapezoid.

Sedangkan hasil perhitungan dengan menggunakan fungsi Airy menunjukkan nilai yang berdempetan dengan solusi matriks transfer.

### KESIMPULAN

Dengan menggunakan metoda numerik matriks transfer sebagai solusi eksak perhitungan transmitansi elektron bergantung spin, diperoleh bahwa solusi analitik dari fungsi Airy merupakan metoda terbaik untuk mendapatkan transmitansi elektron bergantung spin.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Kementerian Riset Teknologi dan Pendidikan Tinggi Republik Indonesia yang telah mendanai penelitian tahun 2017.

## REFERENSI

1. A. B. Suryamas. *Polarisasi Spin Elektron pada Heterostruktur Semikonduktor Berpenghalang Tunggal dan Ganda*. Sekolah Pasca Sarjana ITB, Indonesia (2007)
2. C. Daday. *Coulomb and Spin-Orbit Interaction Effects in a Mesoscopic Ring*. University of Iceland (2011)
3. J. Pingenot, M. E. Flatte. *Spin Injection Enhancement Through Schottky Barrier Superlattice Design*. arXiv:0909.4594v1 (2009)