

# Analisis *Network* pada Sistem Granular Dua Dimensi

Widya Meiriska<sup>1,a)</sup> dan Sparisoma Viridi<sup>1,b)</sup>

<sup>1</sup>Laboratorium Fisika Granular dan Fluida,  
Kelompok Keilmuan Fisika Nuklir dan Biofisika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,  
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

<sup>a)</sup> widya.meiriska@gmail.com (corresponding author)

<sup>b)</sup> dudung@fi.itb.ac.id

## Abstrak

*Pengaturan partikel dan gaya dalam material granular dan materi partikulat memiliki organisasi yang kompleks pada skala spasial. Organisasi seperti ini dapat mempengaruhi bagaimana material merespon atau mengkonfigurasi ulang ketika terkena gangguan atau pemuatan eksternal. Studi teoritis sifat-sifat partikel, force-chain dan domain memerlukan pengembangan dan penerapan kerangka kerja matematis, statistik, fisika dan komputasi yang tepat. Secara tradisional bahan granular telah diselidiki menggunakan partikel atau model rangkaian yang masing-masing cenderung secara implisit. Dewasa ini pengembangan ilmu jaringan (network science) telah muncul sebagai pendekatan yang kuat untuk menyelidiki dan mencirikan arsitektur heterogen dalam sistem yang kompleks dan beragam metode telah menghasilkan wawasan yang menarik kedalam material granular. Dalam studi ini akan meninjau pendekatan berbasis jaringan untuk mempelajari material granular dan mengeksplorasi potensi kerangka tersebut untuk memberikan deskripsi yang berguna dari material granular ini. Serta untuk meningkatkan pemahaman tentang fisis yang mendasarinya.*

*Kata-kata kunci: Analisis network, jaringan, sistem granular.*

## PENDAHULUAN

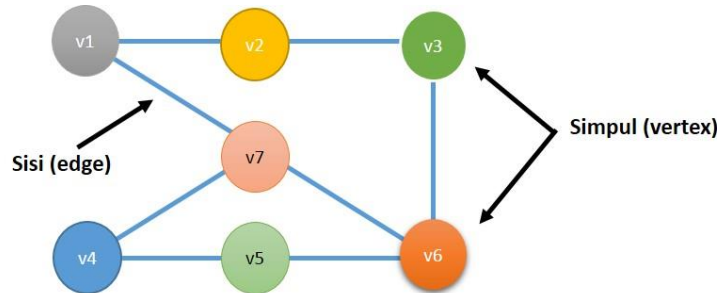
Para ilmuwan dan insinyur telah lama menggunakan model matematis dan komputasional untuk analisis dan desain sistem berbasis fisika, seperti dalam menggambarkan evolusi cuaca dan iklim, perilaku proses fisik kompleks dalam perangkat pembakaran, desain bahan, sistem persenjataan dan produksi energi. Model-model ini sering dapat digambarkan oleh sistem persamaan diferensial parsial. Dewasa ini metodologi canggih yang dikenal dengan pendekatan berbasis jaringan (*network*) telah dikembangkan untuk menerjemahkan fisika ke dalam model matematika dan komputasi yang dapat dianalisis dan dipahami untuk memberikan pemahaman prediktif tentang perilaku mereka. Ternyata banyak sistem yang rumit mampu dijelaskan dengan pendekatan berbasis *network* ini. Perkembangan ilmu jaringan (*network science*) telah muncul sebagai pendekatan yang kuat untuk menyelidiki dan mencirikan arsitektur heterogen dalam sistem yang kompleks.

Analisis jaringan (*network*) adalah suatu bentuk analisis data matematis yang mengungkap sifat, tingkat dan struktur hubungan individu di antara berbagai hal. Individu tersebut bisa dari keluarga organisme, bagi para ahli biologi; subkelompok antar manusia, dulu dan sekarang, bagi antropolog, hubungan sebab dan akibat yang dihipotesiskan, untuk analisis sistem dinamis yang kompleks dan seterusnya, atau dapat berupa orang dan organisasi untuk sosiolog, sejarawan dan ekonom. Penggunaan metodologi yang paling terkenal adalah dalam "analisis jejaring sosial", yang melibatkan koneksi orang-orang di komunitas seperti *LinkedIn* dan *Facebook*.

Pada studi ini akan dicoba diterapkan pendekatan berbasis jaringan (*network*) untuk menganalisis sistem granular dua dimensi. Sistem granular yang ditinjau yaitu perkembangbiakan koloni ragi yang telah disimulasikan menggunakan *javascript*.

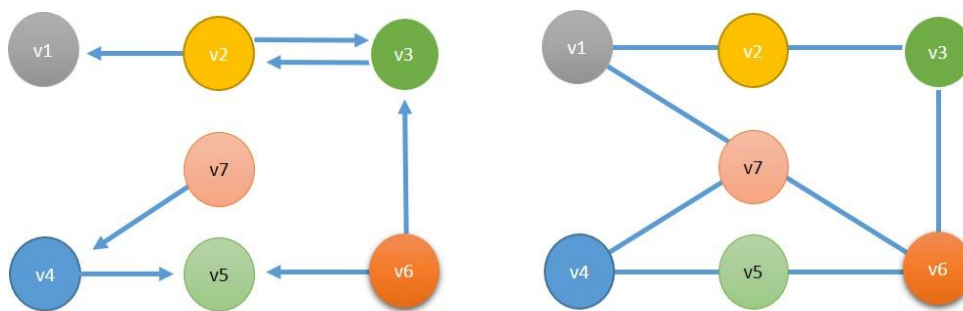
**TEORI NETWORK**

Dalam ilmu matematika, *network* atau jaringan dikenal sebagai *graph*. Dalam teori *graph* titik disini dikenal dengan istilah simpul (*node*) yang merepresentasikan objek, serta sisi (*edge*) yang merepresentasikan penghubung antara satu *node* dengan *node* lainnya. Maka secara informal, suatu *graph* adalah himpunan benda-benda yang disebut simpul (*vertex* atau *node*) yang terhubung oleh sisi (*edge*) atau busur (*arc*). *Graph* digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.



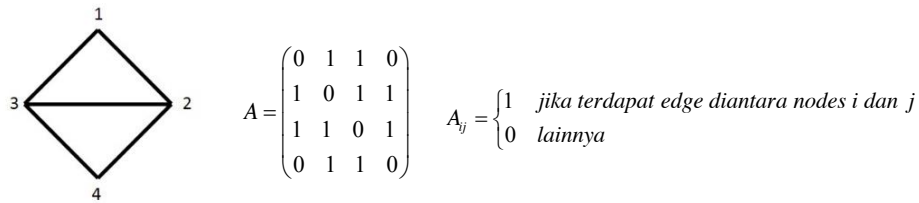
Gambar 1. Interpretasi *node* (simpul) dan *edge* (simpul).

Suatu *graph*  $G$  dapat dinyatakan sebagai  $G = (V; E)$ . *Graph*  $G$  terdiri atas himpunan  $V$  yang berisikan simpul dan himpunan dari  $E$  yang berisi sisi pada *graph* tersebut. Himpunan  $E$  dinyatakan sebagai pasangan dari simpul yang ada dalam  $V$ . Banyak sekali struktur yang bisa direpresentasikan dengan *graph*, dan banyak masalah yang bisa diselesaikan dengan bantuan *graph*. Jaringan persahabatan pada facebook bisa direpresentasikan dengan *graph*, yakni simpul-simpulnya adalah para pengguna facebook dan ada sisi antar pengguna jika dan hanya jika mereka berteman. Perkembangan algoritma untuk menangani *graph* akan berdampak besar bagi ilmu komputer. Sebuah struktur *graph* bisa dikembangkan dengan memberi bobot pada tiap sisi. *Graph* berbobot dapat digunakan untuk melambangkan banyak konsep berbeda. Sebagai contoh jika suatu *graph* melambangkan jaringan jalan maka bobotnya bisa berarti panjang jalan maupun batas kecepatan tertinggi pada jalan tertentu. Ekstensi lain pada *graph* adalah dengan membuat sisinya berarah, yang secara teknis disebut *graph* berarah atau (*directed graph*). *Directed graph* dengan sisi berbobot disebut jaringan. Jaringan banyak digunakan pada cabang praktis teori *graph* yaitu analisis jaringan. Perlu dicatat bahwa pada analisis jaringan, definisi kata "jaringan" bisa berbeda, dan sering berarti *graph* sederhana (tanpa bobot dan arah).



Gambar 2. (a) *Directed Graph* dan (b) *Undirected Graph*

Selain menggunakan himpunan, jaringan dapat juga direpresentasikan dalam bentuk matriks agar mempermudah seseorang untuk menganalisis suatu *graph* apabila memang diperlukan perhitungan dalam proses analisisnya. Interpretasi dalam bentuk matriks ini dikenal dengan matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*). Dalam jaringan tak berarah, suatu sisi  $E$  menghasilkan relasi biner yang bersifat simetrik terhadap simpul  $V$  yang kemudian disebut sebagai adjacency relation. Hal ini mendasari munculnya adjacency matrix  $A_{ij}$ . Apabila setiap simpul diberi label maka dapat ditunjukkan sisi sebagai pasangan  $(i, j)$ , sehingga dapat direpresntasikan dengan menggunakan *adjacency matrix* (matriks ketetanggaan) yang dapat dituliskan dengan elemen  $A_{ij}$ . Matriks ketetanggaan merupakan representasi *graph* yang paling umum digunakan. Matriks ini hanya berisi 0 dan 1, maka matriks ketetanggaan ini dinamakan juga matriks nol satu (*zero-one*). Selain angka 0 dan 1, elemen matrik dapat juga dinyatakan dengan nilai *false* (menyatakan 0) dan *true* (menyatakan 1). Matriks ketetanggaan didasarkan pada pengurutan nomor simpul. Matriks ketetanggaan dapat dituliskan sebagai berikut:



Gambar 3. Interpretasi jaringan dalam bentuk matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*)

Matriks ketetanggaan untuk *graph* sederhana dan tidak berarah selalu simetri, sedangkan untuk *graph* berarah matriks ketetanggaan belum tentu simetri (akan simetri jika berupa *graph* berarah lengkap). Selain itu diagonal utama selalu nol karena tidak ada sisi gelang (*self edge*). Pada contoh *graph* sederhana seperti diatas nilai diagonal dari *adjacency matrix* nya akan selalu bernilai 0 (nol).

Terdapat banyak parameter yang berhubungan dengan sebuah *graph*. Dengan mengetahui nilai-nilai parameter tersebut dapat memberikan informasi mengenai *graph*. Berikut parameter yang digunakan pada studi ini.

**Derajat (*Degree*) Simpul dan Distribusi Derajat (*Degree Distribution*)**

Derajat  $k_i$  dari simpul  $i$  adalah jumlah sisi yang berhubungan dengan simpul dan didefinisikan dengan matriks adjacency  $A$  sebagai:

$$k_i = \sum_{j \in v} A_{ij} \tag{1}$$

Dan jumlah  $K$  sisi dari jaringan dapat dihitung dari hubungan

$$K = \sum_{i \in v} k_i \tag{2}$$

Pada jaringan berarah, derajat simpul terbagi menjadi dua komponen yaitu jumlah sisi yang keluar  $k_i^{out}$  (derajat keluar) dan jumlah sisi yang masuk  $k_i^{in}$  (derajat masuk).

$$k_i^{out} = \sum_j A_{ij} \tag{3}$$

$$k_i^{in} = \sum_j A_{ji} \tag{4}$$

Total derajat didefinisikan sebagai  $k_i = k_i^{out} + k_i^{in}$ . Sedangkan pada jaringan berbobot, derajat dianalogikan sebagai kekuatan (*strength*) yaitu jumlah bobot pada sisi-sisi yang berhubungan dengan set simpul.

Karakterisasi yang paling dasar dalam suatu *graph* dapat diperoleh melalui distribusi derajat  $P(k)$ , yaitu probabilitas untuk menemukan suatu simpul yang memiliki derajat  $k$  pada jaringan atau fraksi dari simpul jaringan yang memiliki derajat  $k$ . Dalam sudut pandang lain, distribusi derajat dapat dinotasikan sebagai  $P(k)$ , untuk mengidkasikan asumsi variabel  $k$  yang bernilai integer tak negatif. Dalam kasus jaringan berarah, distribusi derajat terbagi menjadi dua komponen yaitu  $P(k_{in})$  dan  $P(k_{out})$ . Informasi mengenai distribusi derajat secara keseluruhan selain dengan melihat grafik  $P(k)$  juga dapat dilihat dengan perhitungan momen distribusi. Untuk  $n$  momen dari  $P(k)$  didefinisikan sebagai:

$$\langle k^n \rangle = \sum_k k^n \times P(k) \tag{5}$$

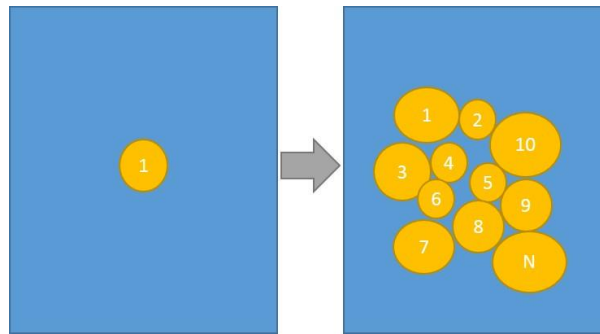
Momen pertama  $\langle k \rangle$  menunjukkan derajat rata-rata dari  $G$ . Sedangkan momen kedua menghitung fluktuasi dari distribusi derajat. Pada parameter derajat ini juga dikenal adanya istilah *degree centrality* yang merupakan konsep dari berapa banyak koneksi langsung kepada setiap individu yang ada di cluster. Jadi *degree centrality* menunjukkan *node* yang memiliki peran penting dalam suatu cluster berdasarkan banyaknya relasi yang dia miliki dengan *node-node* lainnya.

$$C_D(i) = \frac{d(i)}{n-1} \tag{6}$$

*Degree centrality* ini yang menjadi parameter penting dalam menganalisis sistem granular pada studi ini.

## PENDEKATAN *NETWORK* PADA SISTEM GRANULAR

Sistem granular merupakan sistem banyak partikel klasik yang bersifat disipatif yang berinteraksi umumnya melalui gaya normal dan juga gaya gesek. Pada studi ini digunakan dikaji interaksi antar partikel pada perkembangbiakan koloni ragi yang telah disimulasikan sebelumnya menggunakan *javascript*. Berikut gambaran simulasi yang telah dilakukan:



Gambar 4. Simulasi perkembangbiakan koloni ragi

Pada gambar di atas terlihat bahwa koloni ragi diinterpretasikan sebagai satu sel lingkaran, yang kemudian akan terus membelah secara aseksual sampai pada jumlah sel yang diinginkan. Pada studi ini dibatasi perkembangbiakan koloni ragi hingga mencapai 100 sel ragi. Apabila telah mencapai 100 sel ragi maka simulasi akan terhenti, dan dilanjutkan ke simulasi berikutnya hingga simulasi ke-100. Perkembangbiakan koloni ragi ini diatur secara acak. Dapat dilihat pula bahwa ukuran dari sel ragi di atas juga berbeda-beda. Nomor pada setiap lingkaran menyatakan urutan sel ragi, mulai dari yang pertama kali terbentuk hingga sel ke-100.

Pendekatan berbasis jaringan (*network*) dapat digunakan pada sistem granular ini untuk mengidentifikasi interaksi antara sel ragi. Menemukan sel yang paling produktif serta mengidentifikasi pengaruh dari produktivitas sel ragi tersebut. Pada jaringan, sel ragi yang berbentuk lingkaran tersebut merupakan sebuah simpul (*node*) serta garis keturunan merupakan sisi (*edge*) yang menghubungkan setiap sel ragi.

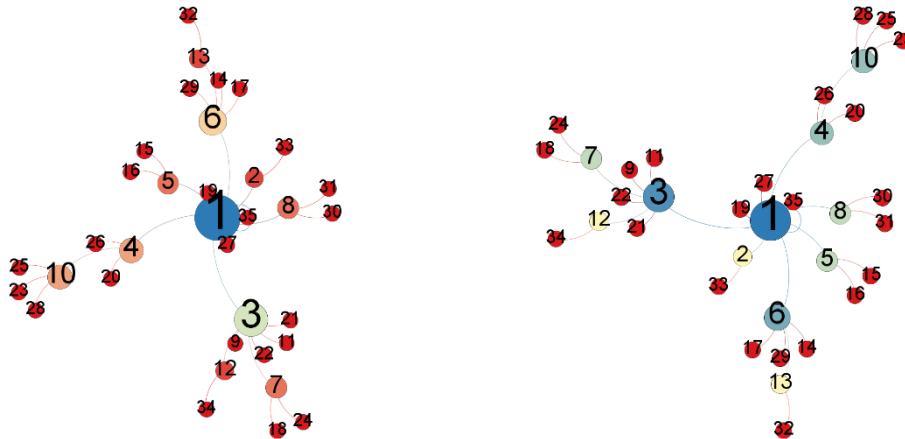
Teknik pengkodean dilakukan guna merepresentasikan sel ragi ke dalam bentuk representasi jaringan. Teknik pengkodean yang digunakan yaitu matriks biner. Matriks biner berguna karena dapat merepresentasikan ada atau tidaknya hubungan antara masing-masing sel ragi, sehingga dapat digunakan untuk pembuatan struktur sistem. Pada studi ini, jenis jaringan yang digunakan adalah jaringan yang memiliki arah (*directed graph*) dan memiliki *self loops* (berhubungan dengan simpul itu sendiri). *Self loops* dapat diartikan sebagai kondisi awal dari koloni ragi yang hanya berjumlah satu, kemudian sel ini membelah diri untuk menghasilkan keturunan selanjutnya. Selain itu pada studi ini juga tidak menggunakan bobot (*weight*) dengan mengasumsikan setiap hubungan memiliki bobot bernilai 1.0. Pengkodean dilakukan dengan menjabarkan data hubungan setiap simpul dan merubahnya menjadi data biner (bernilai antara 0 atau 1) dengan ketentuan apabila terdapat hubungan (satu garis keturunan) antara satu sel dengan sel lain maka akan bernilai 1, dan akan bernilai 0 jika suatu sel tidak saling terkait (tidak satu garis keturunan). Teknik pengkodean ini juga digunakan untuk menghitung derajat (*degree*) yaitu jumlah sel ragi yang saling berhubungan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Data hasil simulasi terdiri dari 100 baris yang menyatakan jumlah sel ragi yang tercatat sampai sel ke 100 dan tiga kolom utama. Kolom pertama menyatakan waktu ( $t$ ), kolom kedua menunjukkan jumlah sel ragi dan kolom ketiga berisi informasi mengenai posisi dari sel ragi dalam koordinat  $x$  dan  $y$  diameter serta informasi induk ( $I$ ) dari sel. Pada studi ini dipilih beberapa kondisi mulai pada saat sel berjumlah 35, kemudian 70 dan pada saat sel berjumlah 100. Kondisi ini diamati pula dengan memanfaatkan beberapa data hasil simulasi.

**Pengaruh Umur terhadap Produktivitas Sel Ragi**

Untuk menentukan pengaruh dari produktivitas sel ragi, pertama dilihat dari umur dari sel. Nomor sel ragi menunjukkan urutan dari sel ragi terbentuk. Nomor 1 berarti sel ragi yang terlebih dahulu terbentuk dan memiliki umur yang lebih tua. Dengan memanfaatkan pendekatan jaringan dan menggunakan bahasa pemrograman Python 3.6 telah berhasil dipetakan struktur dari sel ragi berdasarkan keturunannya. Di bawah ini adalah pemetaan struktur koloni pada saat sel berjumlah 35 sel.



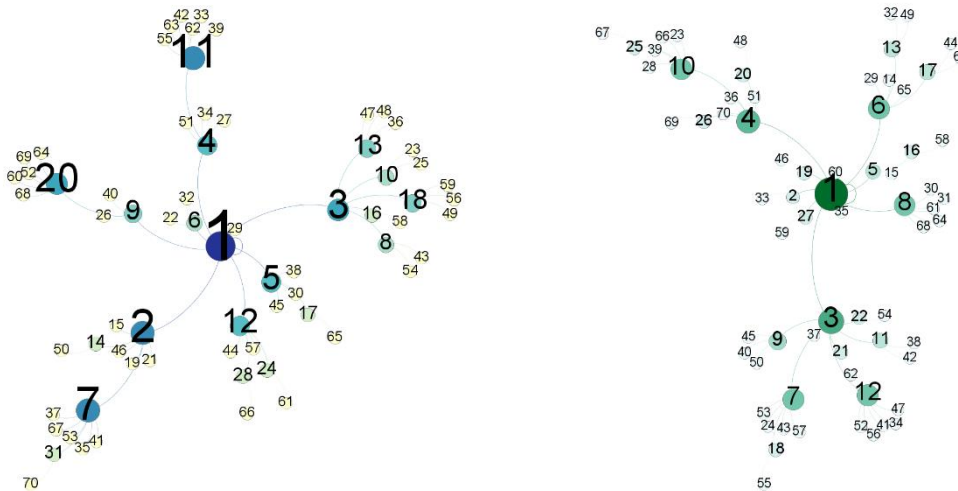
Gambar 5. Simulasi perkembangbiakan koloni ragi pada saat sel ragi berjumlah 35 pada simulasi pertama (kanan) dan simulasi kedua (kiri)

Pada hasil pemetaan struktur terlihat bahwa sel pertama menjadi *degree centrality* atau dengan kata lain koloni yang memiliki keturunan paling banyak. Dan hal ini menunjukkan sel ragi nomor 1 merupakan sel ragi yang paling produktif. Apabila diurutkan nilai dari distribusi derajat dari produktivitas sel ragi maka akan tercatat seperti tabel di bawah ini:

Tabel 1. Hasil perhitungan distribusi derajat koloni ragi saat berjumlah 35 sel

Kondisi pada saat koloni ragi berjumlah 35			
Simulasi pertama		Simulasi kedua	
Koloni Ragi ke	Distribusi Derajat	Koloni Ragi ke	Distribusi Derajat
1	0.285714286	1	0.257142857
3	0.2	2	0.171428571
6	0.142857143	3	0.171428571
4	0.114285714	4	0.114285714
10	0.114285714	5	0.085714286
5	0.085714286	6	0.085714286
7	0.085714286	7	0.085714286
8	0.085714286	9	0.085714286
2	0.057142857	10	0.085714286
12	0.057142857	12	0.085714286

Pada tabel di atas baik untuk simulasi pertama dan kedua terlihat bahwa sel ragi nomor 1 merupakan sel ragi yang paling produktif. Akan tetapi untuk sel ragi yang produktif kedua dan seterusnya cenderung acak dan tidak berurutan berdasarkan nomor sel ragi (umur)



Gambar 6. Simulasi perkembangbiakan koloni ragi pada saat sel ragi berjumlah 70, simulasi ke-20 (kiri) simulasi ke-30 (kanan)

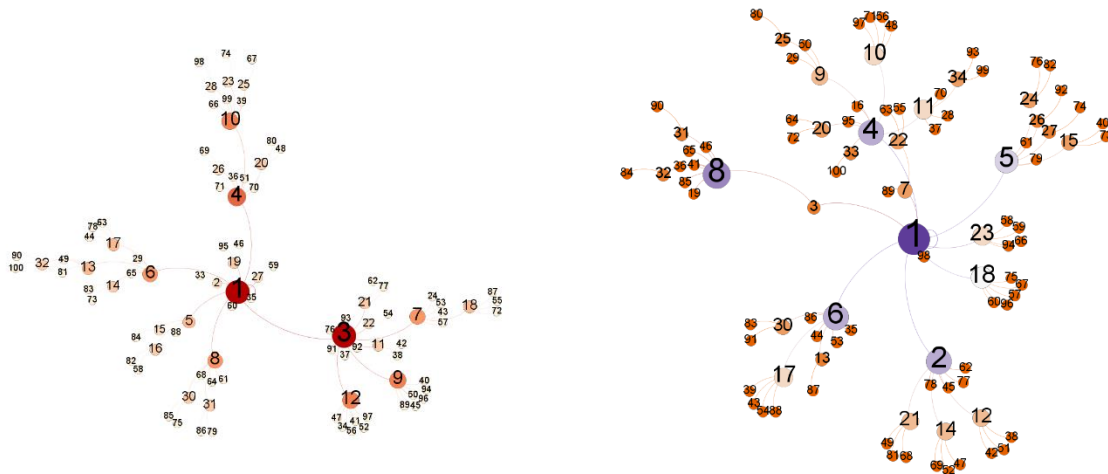
Pola yang sama juga terjadi pada saat sel ragi berjumlah 70. Sel ragi nomor 1 tetap menjadi sel yang memiliki keturunan paling banyak, seperti tergambar pada pemetaan struktur di atas. Nilai distribusi derajat produktivitas ragi mencatatkan hasil yang hampir sama dengan sebelumnya.

Tabel 2. Hasil perhitungan distribusi derajat koloni ragi saat berjumlah 70 sel

Kondisi pada saat koloni ragi berjumlah 70			
Simulasi ke-20		Simulasi kedua	
Koloni Ragi ke	Distribusi Derajat	Koloni Ragi ke	Distribusi Derajat
1	0.157142857	1	0.128571429
3	0.114285714	2	0.1
4	0.1	7	0.1
6	0.085714286	11	0.1
7	0.085714286	3	0.085714286
8	0.085714286	20	0.085714286
10	0.085714286	4	0.071428571
12	0.085714286	5	0.071428571
9	0.057142857	12	0.071428571
5	0.042857143	9	0.057142857

Dapat dilihat bahwa sel ragi nomor 1 memiliki nilai distribusi derajat paling besar baik pada simulasi ke-20 dan simulasi ke-30. Akan tetapi untuk urutan sel ragi produktif ke-2 dan ke-3 sampai ke-10 memiliki pola yang acak dan tidak dipengaruhi oleh umur sel ragi.

Hal sama terjadi pada saat sel ragi berjumlah 100 sel. Terlihat pada pemetaan struktur di bawah ini, yang menjadi *degree centrality* atau yang memiliki keturunan paling banyak adalah adalah sel ragi nomor 1, baik pada simulasi yang ke-50 maupun simulasi ke-100.



Gambar 7. Simulasi perkembangbiakan koloni pada saat sel ragi berjumlah 100 simulasi ke-50 (kiri) dan simulasi ke-100 (kanan)

Produktivitas sel ragi yang tercatat sebagai tabel distribusi derajat di bawah ini menunjukkan bahwa urutan produktivitas tidak ditentukan oleh umur dari sel ragi. Selain sel nomor 1 yang menjadi sel yang paling produktif, urutan sel ragi selanjutnya yang memiliki produktivitas tinggi terbentuk secara acak.

Tabel 3. Hasil perhitungan distribusi derajat koloni ragi saat berjumlah 100 sel

Kondisi pada saat koloni ragi berjumlah 100			
Simulasi ke-50		Simulasi ke-100	
Koloni Ragi ke	Distribusi Derajat	Koloni Ragi ke	Distribusi Derajat
1	0.1	1	0.1
8	0.09	7	0.08
2	0.08	11	0.08
4	0.08	2	0.07
6	0.08	3	0.07
5	0.07	12	0.07
18	0.06	5	0.06
10	0.05	18	0.06
11	0.05	20	0.06
17	0.05	4	0.05

Dengan menggunakan pendekatan jaringan dengan melihat nilai distribusi derajat dari sel ragi (sistem granular) didapatkan informasi pengaruh umur sel ragi terhadap produktivitas sel. Dapat disimpulkan bahwa umur sel tidak berpengaruh pada produktivitas sel.

**Pengaruh Diameter terhadap Produktivitas Sel Ragi**

Selain mengidentifikasi pengaruh umur terhadap produktivitas sel ragi, ingin diketahui juga pengaruh diameter terhadap produktivitas. Apakah sel yang produktif memiliki diameter yang lebih besar pula. Dengan melihat persebaran dari nilai diameter masing-masing sel ragi yang dalam pendekatan *network* ditunjukkan oleh distribusi derajat dari diameter sel. Nilai distribusi derajat dari diameter sel tercatat seperti tabel di bawah ini:

Tabel 4. Hasil perhitungan distribusi derajat diameter koloni ragi saat berjumlah 35, 70 dan 100 sel

Kondisi pada saat koloni ragi berjumlah 35				Kondisi pada saat koloni ragi berjumlah 70				Kondisi pada saat koloni ragi berjumlah 100			
Simulasi pertama		Simulasi kedua		Simulasi ke-20		Simulasi ke-30		Simulasi ke-50		Simulasi ke-100	
Diameter	Distribusi Derajat	Diameter	Distribusi Derajat	Diameter	Distribusi Derajat	Diameter	Distribusi Derajat	Diameter	Distribusi Derajat	Diameter	Distribusi Derajat
1	0.033898305	7	0.033898305	7.9	0.03539823	7.7	0.034782609	7.5	0.05511811	7.7	0.06870229
7	0.033898305	2	0.033898305	8.8	0.02654867	7.8	0.026086957	8.4	0.04724409	7.6	0.05343511
8.9	0.033898305	7.7	0.033898305	7.4	0.02654867	8	0.026086957	8.6	0.04724409	8	0.05343511
3	0.033898305	5	0.033898305	10	0.02654867	7.1	0.026086957	7.9	0.04724409	8.9	0.04580153
4	0.033898305	7.6	0.033898305	7	0.01769912	7	0.017391304	8.7	0.04724409	7.8	0.03816794
8	0.033898305	8	0.033898305	8.9	0.01769912	3	0.017391304	7	0.03937008	8.1	0.03816794
6	0.033898305	7.1	0.033898305	7.1	0.01769912	4	0.017391304	7.2	0.03937008	8.8	0.03816794
8.7	0.033898305	2.3	0.033898305	8.6	0.01769912	7.6	0.017391304	8.1	0.03937008	7	0.03053435
5.8	0.033898305	2.4	0.033898305	8	0.01769912	6	0.017391304	8.9	0.03937008	7.1	0.03053435
4.2	0.033898305	1.1	0.033898305	8.7	0.01769912	6.8	0.017391304	8.8	0.03937008	7.3	0.03053435

Berdasarkan nilai distribusi derajat diameter di atas dapat diperoleh informasi bahwa diameter sel ragi terbentuk secara acak, sehingga produktivitas sel ragi tidak bergantung pada diameter sel, karena sel yang paling produktif (sel nomor 1) hanya memiliki diameter 7, tidak memiliki diameter yang paling besar dibandingkan dengan diameter sel lainnya. Selain itu persebaran ukuran diameter sel hampir tersebar secara merata dan cenderung acak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa pembentukan diameter sel juga terbentuk secara acak dan tidak mempengaruhi produktivitas sel ragi.

## KESIMPULAN

Dengan menggunakan pendekatan jaringan (*network*) yang diterapkan pada sistem granular dua dimensi (perkembangbiakan koloni ragi) didapatkan informasi bahwa produktivitas sel ragi tidak berpengaruh pada umur dan diameter sel. Hal ini dimungkinkan karena pengaturan awal pada simulasi yang dilakukan, yang diatur secara random (acak) sehingga menyebabkan perkembangbiakan koloni ragi memiliki independensi. Hal ini dibuktikan dengan ketidakterkaitan produktivitas sel ragi terhadap umur maupun ukuran diameter sel.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah membantu dalam penulisan makalah ini, terutama kepada Pak Sparisoma Viridi yang telah membimbing penulis dalam melakukan penelitian ini. Serta penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada Kak Dimas Praja atas bantuan data yang diberikan sehingga penelitian ini dapat terlaksana dengan baik.

## REFERENSI

- M. Newman, 2003, *Mixing Patterns in Networks*, Physical Review E, 67, art.no-026126.2003
- M. Newman, 2010, *Networks : An Introduction*, Oxford University Press.
- S. Wasserman, K. Faust, 1994, *Social Network Analysis*, Cambridge University Press
- U. Brandes, 2004, *Network Analysis. Methodological Foundation*, Springer